

Gümnaasiumi laia matemaatika õppeprotsessi kirjeldus

I kursus. Avaldised ja arvuhulgad

Õppesisu	Õpitulemused	Mis on muutunud, metoodilised soovitusel, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.
<p>Naturaalarvude hulk N, täisarvude hulk Z, ratsionaalarvude hulk Q, irratsionaalarvude hulk I ja reaalarvude hulk R, nende omadused.</p> <p>Reaalarvude piirkonnad arvteljel.</p> <p>Arvu absoluutväärtus.</p> <p>Arvusüsteemid (kahendsüsteemi näitel).</p> <p>Ratsionaal- ja irratsionaalavaldisel.</p> <p>Arvu n-es juur.</p> <p>Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste.</p> <p>Tehted astmete ja juurtega.</p>	<p>Õpilane</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) selgitab naturaalarvude hulga N, täisarvude hulga Z, ratsionaalarvude hulga Q, irratsionaalarvude hulga I ja reaalarvude hulga R omadusi; 2) defineerib arvu absoluutväärtuse; 3) märgib arvteljel reaalarvude piirkondi; 4) teisendab naturaalarve kahendsüsteemi; 5) esitab arvu juure ratsionaalarvulise astendajaga astmena ja vastupidi; 6) sooritab tehteid astmete ning võrdsete juurijatega juurtega; 7) teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja irratsionaalavaldisi; 8) lahendab rakendussisuga ülesandeid (sh protsentülesanded). 	<p>Muutused võrreldes senikehtiva õppekavaga: 1) juurde on tulnud kahendsüsteem, soovitatav on piirduda kahekohaliste naturaalarvude teisendamisega; 2) ratsionaalavaldisi on põhikoolis vähem õpitud, seetõttu tuleks neile nüüd rohkem tähelepanu pöörata; 3) lihtsustavad avaldised on vähemkeerukad; 4) põhikoolis käsitleti kuupide summa ja vahe ning summa ja vahe kuupide valemeid vaid tugevamatele õpilastele mõeldud ülesannetelahendamise käigus, vaadeldavas kursuses vastavad nimetatud valemeid sisaldavad ülesanded heale või väga heale tasemele.</p> <p>Metoodilised soovitusel: 1) absoluutväärtuse käsitlemisel on oluline nii algebraline kui ka geomeetiline interpretatsioon.</p> <p>Lõiming: arvu 10 astmed ja arvu standardkuju kasutatakse keemias ja füüsikas.</p> <p>IKT: 1) ratsionaalavaldisel lihtsustamise harjutamiseks on soovitatav kasutada programmi T-algebra; 2) ratsionaalavaldisel lihtsustamisel kontrollib õpilane oma töö õigsust ülesande komponentide (tehete) kaupa (sobib nt programm Wiris).</p>

II kursus. Võrrandid ja võrrandisüsteemid

Õppesisu	Õpitulemused	Mis on muutunud, metoodilised soovitused, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.
<p>Võrdus, võrrand, samasus. Võrrandite samaväärsus, samaväärsusteisendused. Lineaar-, ruut-, murd- ja juurvõrrandid ning nendeks taanduvad võrrandid. Üht absoluutväärtust sisaldav võrrand. Võrrandisüsteemid, kus vähemalt üks võrranditest on lineaarvõrrand. Kahe- ja kolmerealine determinant. Tekstülesanded.</p>	<p>Õpilane:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) selgitab võrduse, samasuse ja võrrandi, võrrandi lahendi, võrrandi- ja võrratusesüsteemi lahendi ning lahendihulga mõistet; 2) selgitab võrrandite ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi; 3) lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut-, murd- ja lihtsamaid juurvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid; 4) lahendab lihtsamaid üht absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid; 5) lahendab võrrandisüsteeme; 6) lahendab tekstülesandeid võrrandite (võrrandisüsteemide) abil; 7) kasutab arvutialgebra programmi determinante arvutades ning võrrandeid ja võrrandisüsteeme lahendades. 	<p>Muutused võrreldes senikehtiva õppekavaga: murdvõrrandi lahendamist ja murdvõrrandile taanduvaid tekstülesandeid ei õpita enam põhikoolis, neid käsitletakse esmakordselt selle kursuse raames.</p> <p>Metoodilised soovitused: tekstülesannete õppimisel lahendada ka ülesandeid, kus antakse ette võrrand või võrrandisüsteem ja õpilane koostab selle järgi tekstülesande.</p> <p>Lõiming: Tekstülesanded füüsikast ja loodusteadustest.</p> <p>Ettevõtlikuspädevus, õpipädevus: probleemi lahendamine, mudeli koostamine.</p> <p>IKT: 1) võrrandisüsteemi lahendi geomeetiline interpretatsioon nt programmiga Geogebra (nt mida tähendab, et võrrandisüsteemil on lõpmata palju lahendeid või lahend puudub); 2) determinantide arvutamine mõne arvutialgebra programmi (nt Wiris) abil; 3) tekstülesannete lahendamisel võrrandi(süsteemi) lahendamisel võib kasutada arvutiprogrammi; 4) võrrandite ja võrrandisüsteemide lahendite kontrollimine.</p>

III kursus. Võrratused. Trigonomeetria I

Õppesisu	Õpitulemused	Mis on muutunud, metoodilised soovitusel, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.
<p>Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaarvõrratused. Ruutvõrratused. Intervallmeetod. Lihtsamad murdvõrratused. Võrratusesüsteemid.</p> <p>Teravnurga siinus, koosinus ja tangens. Täiendusnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised põhiseosed täisnurkses kolmnurgas.</p>	<p>Õpilane:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) selgitab võrratuse omadusi ning võrratuse ja võrratusesüsteemi lahendihulga mõistet; 2) selgitab võrratuste ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi; 3) lahendab lineaar-, ruut- ja murdvõrratuse ning lihtsamaid võrratusesüsteeme; 4) kasutab arvutit, lahendades võrratuse ja võrratusesüsteeme; 5) leiab taskuarvutil teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse; 6) lahendab täisnurkse kolmnurga; 7) kasutab täiendusnurga trigonomeetrilisi funktsioone; 8) kasutab lihtsustamisülesannetes trigonomeetria põhiseoseid. 	<p>Muutused võrreldes senikehtiva õppekavaga: põhikoolis ei käsitleta uue õppekava järgi 1) muutujat sisaldavat võrratust, 2) trigonomeetria põhiseoseid, 3) siinuse, koosinuse, tangensi väärtuse järgi nurga leidmist, 4) trigonomeetria põhiseoseid. Nende esmakordne käsitlemine on sellel kursusel.</p> <p>Metoodilised soovitusel: 1) lihtsustamisülesanded trigonomeetria põhiseoste kohta ei tohiks olla keerulised. Arvestada tuleks asjaoluga, et uue õppekava järgi ei ole neid seoseid põhikoolis õpitud. 2) õuesõppe tunnis mõõtmised looduses (nt puu kõrguse arvutamine).</p> <p>Lõiming loodusainetega: tekstülesannetes pöörata tähelepanu, et päikesekiire langemisnurka käsitletakse füüsikas ja ülejäänud loodusteadustes erinevalt. Geograafias mõeldakse selle all maapinna ja päikesekiire vahelist nurka, füüsikas aga viimase täiendusnurka.</p> <p>IKT: võrratuste ja võrratusesüsteemide lahendite kontrollimine ja geomeetiline tähendus (nt Geogebra, Wiris).</p>

IV kursuse. Trigonomeetria II

Õppesisu	Õpitulemused	Mis on muutunud, metoodilised soovitus, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.
<p>Nurga mõiste üldistamine. Nurga kraadi- ja radiaanmõõt. Mis tahes nurga trigonomeetriselised funktsioonid. Nurkade 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, 180°, 270°, 360° siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtused. Seosed ühe ja sama nurga trigonomeetriseliste funktsioonide vahel. Taandamisvalemid. Negatiivse ja täispöördest suurema nurga trigonomeetriselised funktsioonid. Kahe nurga summa ja vahe trigonomeetriselised funktsioonid. Kahekordse nurga trigonomeetriselised funktsioonid. Trigonomeetriselised avaldised. Ringjoone kaare pikkus, ringi sektori pindala. Kolmnurga pindala valemid. Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga lahendamine Rakendusülesanded.</p>	<p>Õpilane: 1) teisendab kraadimõõdu radiaanmõõduks ja vastupidi; 2) arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala; 3) defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi; tuletab siinuse, koosinuse ja tangensi vahelisi seoseid; 4) tuletab ja teab mõningate nurkade (0°, 30°, 45°, 60°, 90°, 180°, 270°, 360°) siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtusi; rakendab taandamisvalemid, negatiivse ja täispöördest suurema nurga valemid; 5) leiab taskuarvutil trigonomeetriseliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse; 6) teab kahe nurga summa ja vahe valemid; tuletab ning teab kahekordse nurga siinuse, koosinuse ja tangensi valemid; 7) teisendab lihtsamaid trigonomeetriselisi avaldiseid; 8) tõestab siinus- ja koosinusteoreemi; 9) lahendab kolmnurga ning arvutab kolmnurga pindala;</p>	<p>Muutused võrreldes senikehtiva õppekavaga: ei käsitleta poolnurka ega summa teisendamist korrutiseks. Metoodilised soovitus: 1) õpilaste silmaringi laiendamiseks on mõistlik tutvustada ka detsimaalkraadimõõtu. 2) ülesannete lahendamisel on oluline teada peast trigonomeetria valemid. Lõiming geograafiaga: käsitleda kraadi, minutit, sekundit. Ettevõtlikkus- ja õpipädevus: lihtsustamisülesannete lahendamisel tuleb mõelda mitu sammu ette ja kasutada samaaegselt nii algebra kui ka trigonomeetria valemid. IKT: kolmnurkade lahendamisel kolmnurkade joonestamine (nt Geobebraga)</p>

	10) rakendab trigonomeetriat, lahendades erinevate eluvaldkondade ülesandeid.	
--	---	--

V kursus. Vektor tasandil. Joone võrrand

Õppesisu	Õpitulemused	Mis on muutunud, metoodilised soovitusel, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.
<p>Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Vektorite võrdsus. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektorite liitmine ja lahutamine. Vektori korrutamine arvuga.</p> <p>Lõigu keskpunkti koordinaadid. Kahe vektori vaheline nurk. Vektorite kollineaarsus. Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi, vektorite ristseis. Kolmnurkade lahendamine vektorite abil.</p> <p>Sirge võrrand. Sirge üldvõrrand. Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Ringjoone võrrand. Parabool $y = ax^2 + bx + c$ ja hüperbool $y = \frac{a}{x}$. Joone võrrandi mõiste.</p>	<p>Õpilane:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) selgitab mõisteid vektor, ühik-, null- ja vastandvektor, vektori koordinaadid, kahe vektori vaheline nurk; 2) liidab, lahutab ja korrutab vektoreid arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul; 3) arvutab kahe vektori skalaarkorrutise ning rakendab vektoreid füüsikalise sisuga ülesannetes; 4) kasutab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid; 5) lahendab kolmnurka vektorite abil; 6) leiab lõigu keskpunkti koordinaadid; 7) tuletab ja koostab sirge võrrandi (kui sirge on määratud punkti ja sihivektoriga, punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga ning teisendab selle üldvõrrandiks; määrab kahe sirge vastastikuse asendi tasandil, lõikuvate sirgete korral leiab sirgete lõikepunkti ja nurga sirgete vahel; 8) koostab hüperbooli, parabooli ja ringjoone võrrandi; joonestab ainekavas 	<p>Mis on muutunud, metoodilised soovitusel, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.</p> <p>Metoodilised soovitusel: sirgetevahelise nurga leidmisel on soovitatav kasutada sihivektori mõistet.</p> <p>Lõiming füüsikaga: vektori ühtlustatud käsitlemine füüsikas ja matemaatikas.</p> <p>IKT: mõne arviprogrammi (nt Geogebra, Wiris) abil 1) joonte lõikepunktide arvu leidmine; 2) joonte lõikepunktide leidmine, 3) kahe sirge vahelise nurga suuruse kontrollimine; 4) joonte asendite uurimine koordinaatteljestikus (asendi sõltuvus parameetritest).</p>

Kahe joone lõikepunkt.	esitatud jooni nende võrrandite järgi; leiab kahe joone lõikepunktid.	
------------------------	---	--

VI kursus. Tõenäosus, statistika

Õppesisu	Õpitulemused	Mis on muutunud, metoodilised soovitusel, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.
Permutatsioonid, kombinatsioonid ja variatsioonid. Sündmus. Sündmuste liigid. Klassikaline tõenäosus. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Geomeetiline tõenäosus. Sündmuste liigid: sõltuvad ja sõltumatud, välistavad ja mittevälistavad. Tõenäosuste liitmine ja korrutamine. Bernoulli valem. Diskreetne ja pidev juhuslik suurus, binoomjaotus, jaotuspolügoon ning arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, dispersioon, standardhälve). Rakendusülesanded. Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Korrelatsiooniväli. Lineaarne korrelatsioonikordaja.	Õpilane: 1) eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust ning selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet, liike ja omadusi; 2) selgitab permutatsioonide, kombinatsioonide ja variatsioonide tähendust ning leiab nende arvu; 3) selgitab sõltuvate ja sõltumatute sündmuste korrutise ning välistavate ja mittevälistavate sündmuste summa tähendust; 4) arvutab erinevate, ka reaalse eluga seotud sündmuste tõenäosusi; 5) selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvkarakteristikute (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve) tähendust, kirjeldab binoom- ja normaaljaotust; kasutab Bernoulli valemit tõenäosust arvutades; 6) selgitab valimi ja üldkogumi mõistet, andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust;	Muutused võrreldes senikehtiva õppekavaga: 1) senisest enam toetatakse arvutamisel ja tehnilise töö tegemisel arvutiprogrammide kasutamisele ning suurem osa on tõlgendustel; 2) juurde on tulnud valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna leidmine. Lõiming ühiskonnaõpetuse ja teiste õppeainetega uurimisülesannete valiku ning ühisprojekti kaudu. Läbiv teema “Teabekeskond”: õpilast juhatakse arendama kriitilise teabeanalüüsi oskusi (meedia manipulatsioonid, nt riigieksamite statistika meedias jms). Läbiv teema „Tehnoloogia ja innovatsioon“: õpilast suunatakse kasutama info- ja kommunikatsioonitehnoloogiat (IKT) informatsiooni kogumisel ja töötlemisel. Läbiv teema „Kultuuriline identiteet“: kirjeldada ühiskonnas toimuvaid protsesse ühenduses mitmekultuurilisuse teemaga (eri rahvused, erinevad usundid, erinev sotsiaalne positsioon ühiskonnas jt). Läbiva teema „Kodanikualgatus ja ettevõtlikkus“: matemaatika ning teisi õppeaineid ja igapäevaelu integreerivate ühistegevuste kaudu (uurimistööd, rühmatööd, projektid jt). IKT: 1) info otsimine; 2) andmetöötlus; 3) tõenäosusteooria küsimuste selgitamine programmi

Normaaljaotus (näidete varal). Statistilise otsustuse usaldatavus keskvärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötuse projekt, mis realiseeritakse arvutiga (soovitavalt koostöös mõne teise õppeainega).	7) arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid ning teeb nende alusel järeldusi jaotuse või uuritava probleemi kohta; 8) leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna; 9) kogub andmestiku ja analüüsib seda arvutil statistiliste vahenditega.	“Tõenäosusteooria” abil.
--	---	--------------------------

VII kursus. Funktsioonid I. Arvjadad

Õppesisu	Õpitulemused	Mis on muutunud, meetodilised soovitusel, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.
Funktsioonid $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = \frac{a}{x}$ (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähtis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Astmefunktsioon. Funktsioonide $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = x^{-1}$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = x^{-2}$, $y = x $ graafikud ja omadused. Liitfunktsioon. Pöördfunktsioon. Funktsioonide $y = f(x)$, $y = f(x) +$	Õpilane: 1) selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähtist ning funktsiooni uurimisega seonduvaid mõisteid; 2) kirjeldab graafiliselt esitatud funktsiooni omadusi; skitseerib graafikuid ning joonestab neid arvutiprogrammidega; 3) selgitab pöördfunktsiooni mõistet, leiab lihtsama funktsiooni pöördfunktsiooni ning skitseerib või joonestab vastavad graafikud; 4) esitab liitfunktsiooni lihtsamate funktsioonide kaudu; 5) leiab valemiga esitatud funktsiooni määramispiirkonna, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonna algebraliselt; kontrollib, kas funktsioon on paaris või paaritu;	Muutused võrreldes senikehtiva õppekavaga: lisandunud on liitfunktsioon. Meetodilised soovitusel: 1) pöörata tähelepanu graafiliselt esitatud funktsioonide omaduste lugemisele; 2) piirväärtuse mõiste visualiseerimisel kasutada arvutit. Läbiv teema „Tervis ja ohutus“: ohutus- ja tervishoiualaseid reaalseid andmeid sisaldavate ülesannete kaudu (nt liikluskeskkonna ohutuse seos sõidukite liikumise kiirusega, kuid riskitegureid hõlmavate andmetega graafikud). IKT: 1) demonstreerimisel ning uurimisülesannete lahendamisel sobivad programmid on Wiris, või Geogebra vms.

<p>$a, y = f(x + a), y = f(ax), y = a f(x)$ graafikud arvutil. Arvjada mõiste, jada üldliige, jadade liigid. Aritmeetiline jada, selle omadused. Aritmeetilise jada üldliikme valem ning esimese n liikme summa valem. Geomeetiline jada, selle omadused. Geomeetrilise jada üldliikme valem ning esimese n liikme summa valem. Arvjada piirväärtus. Piirväärtuse arvutamine. Hääbuv geomeetiline jada, selle summa. Arv e piirväärtusena. Ringjoone pikkus ja ringi pindala piirväärtusena, arv π. Rakendusülesanded.</p>	<p>6) uurib arvutiga ning kirjeldab funktsiooni $y = f(x)$ graafiku seost funktsioonide $y = f(x) + a, y = f(x + a), y = f(ax), y = a f(x)$ graafikutega; 7) selgitab arvjada, aritmeetilise ja geomeetrilise jada ning hääbuva geomeetrilise jada mõistet; 8) tuletab aritmeetilise ja geomeetrilise jada esimese n liikme summa ja hääbuva geomeetrilise jada summa valemid ning rakendab neid ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme valemid ülesandeid lahendades; 9) selgitab jada piirväärtuse olemust ning arvutab piirväärtuse; teab arvude π ja e tähendust; 10) lahendab elulisi ülesandeid aritmeetilise, geomeetrilise ning hääbuva geomeetrilise jada põhjal.</p>	
---	---	--

VIII kursus. Funktsioonid II

Õppesisu	Õpitulemused	Mis on muutunud, metoodilised soovitusel, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.
<p>Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Eksponentfunktsioon, selle graafik ja omadused. Arvu logaritmi. Korrutise, jagatise ja astme logaritmi. Logaritmine ja potentsseerimine. Üleminek logaritmi ühelt aluselt teisele. Logaritmifunktsioon, selle graafik</p>	<p>Õpilane: 1) selgitab liitprotsendilise kasvamine ja kahanemise olemust; 2) lahendab liitprotsendilise kasvamine ja kahanemise ülesandeid; 3) kirjeldab eksponentfunktsiooni, sh funktsiooni $y = e^x$ omadusi; 4) selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle</p>	<p>Metoodilised soovitusel: 1) liitprotsendilise kasvamine ja kahanemise juures reaalse eluga seostamiseks sobivad ülesanded laenu ja intresside kohta; 2) Logaritmivõrratuste lahendamine tugineb logaritmi definitsioonile või graafikule. 3) Arvu logaritmi mõiste ja korrutise, jagatise ning astme logaritmine reeglid võib esitada enne logaritmifunktsiooni käsitlemist. Logaritmitakse ja potentsseeritakse avaldise, milledega opereerimise oskus on vajalik võrrandeid lahendades. 4) Logaritmivõrrandite</p>

<p>ja omadused. Eksponent- ja logaritmvõrrand, nende lahendamine. Rakendusülesandeid eksponent- ja logaritmvõrrandite kohta. Eksponent- ja logaritmvõrratus.</p>	<p>omadusi; logaritmi ning potentsseerib lihtsamaid avaldusi; 5) kirjeldab logaritmifunktsiooni ja selle omadusi; 6) joonestab eksponent- ja logaritmifunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi; 7) lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmvõrrandeid ning –võrratusi; 8) kasutab eksponent- ja logaritmifunktsioone reaalse elu nähtusi modelleerides ning uurides.</p>	<p>lahendamisel on soovitatav piirduda ruutvõrrandiks taanduva, tegurdamisevõttega lahenduva ning erineva alusega logaritme sisaldavate võrranditega Läbiv teema „Tervis ja ohutus“: tervishoiualaseid reaalseid andmeid sisaldavate ülesannete lahendamine (nt nakkushaiguste leviku eksponentsiaalne olemus). IKT: Graafikute joonestamisel sobivad arvutiprogrammid on Wiris , Geogebra vms.</p>
--	---	---

IX kursus. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis

<p>Õppesisu</p>	<p>Õpitulemused</p>	<p>Mis on muutunud, metoodilised soovitused, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.</p>
<p>Funktsiooni perioodilisus. Siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafik ning omadused. Mõisted <i>arcsin m</i>, <i>arccos m</i>, <i>arctan m</i>. Lihtsamad trigonomeetrilised võrrandid. Funktsiooni piirväärtus ja pidevus. Argumendi muut ja funktsiooni muut. Hetkkiirus. Funktsiooni graafiku puutuja tõus. Funktsiooni tuletise mõiste. Funktsiooni tuletise geomeetriline tähendus. Funktsioonide summa ja</p>	<p>Õpilane: 1) selgitab funktsiooni perioodilisuse mõistet ning siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni mõistet; 2) joonestab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi; 3) leiab lihtsamate trigonomeetriliste võrrandite üldlahendid ja erilahendid etteantud piirkonnas, lahendab lihtsamaid trigonomeetrilisi võrratusi; 4) selgitab funktsiooni piirväärtuse ja tuletise mõistet ning tuletise füüsikalist ja geomeetrilist tähendust;</p>	<p>Metoodilised soovitused: Trigonomeetrilise funktsiooni graafikut joonestab õpilane nii käsitsi kui arvutiprogrammi abil. Lõiming füüsikaga: 1) trigonomeetrilised funktsioonid ja vahelduvvool; 2) tuletise tähendus hetkkiiruse näitel. Lõiming loodusteadustega: Eksponentfunktsioon ja looduses toimuvad orgaanilised protsessid. IKT: 1)Trigonomeetriliste funktsioonide graafikute uurimine; 2) Funktsiooni piirväärtuse ja tuletise mõiste selgitamine; 3)Tuletise leidmise reeglite tulemisel võib osa tehnilist tööd teha arvutialgebra programmi (nt Wiris)abil;</p>

vahe tuletis. Kahe funktsiooni korrutise tuletis. Astmefunktsiooni tuletis. Kahe funktsiooni jagatise tuletis. Liitfunktsiooni tuletis. Funktsiooni teine tuletis. Trigonomeetriliste funktsioonide tuletised. Eksponent- ja logaritmfunktsiooni tuletis. Tuletiste tabel.	5) tuletab funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletise leidmise eeskirjad ning rakendab neid; 6) leiab funktsiooni esimese ja teise tuletise.	
--	--	--

X kursus. Tuletise rakendused

Õppesisu	Õpitulemused	Mis on muutunud, metoodilised soovitusel, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.
Puutuja tõus. Joone puutuja võrrand. Funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemik; funktsiooni ekstreemum; ekstreemumi olemasolu tarvilik ja piisav tingimus. Funktsiooni suurim ja vähim väärtus lõigul. Funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemik, käänupunkt. Funktsiooni uurimine tuletise abil. Funktsiooni graafiku skitseerimine funktsiooni omaduste põhjal.	Õpilane: 1) koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi; 2) selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletise märgiga, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja; 3) leiab funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud, ekstreemumid; funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud ning käänupunkti; 4) uurib funktsiooni täielikult ja skitseerib funktsiooni omaduste põhjal graafiku; 5) leiab funktsiooni suurima ja vähima väärtuse etteantud lõigul; 6) lahendab rakenduslikke	Muutused võrreldes senikehtiva õppekavaga: juurde on tulnud funktsiooni kumerus, nõgusus, käänupunkt, lõigul suurim ja vähim väärtus. Lõiming läbiva teemaga „Keskkond ja ühiskonna jätkusuutlik areng“: 1) ressursside säästev kasutamine (optimaalsete lahenduste otsimine ekstreemumülesannete lahendamisel); 2) majandusalaste reaalse eluga seotud ülesannete lahendamine. Ainesisene lõiming: lõiming geomeetriaga – kujundite suurim ja vähim pindala ja ruumala. IKT: 1) uuriva iselomuga ülesanded, kus ühes teljestikus on funktsiooni ja tema tuletise graafik (Wiris, Geogebra, Funktion vms).

Funktsiooni tuletise kasutamise rakendusülesandeid. Ekstreemumülesanded.	ekstreemumülesandeid (sh majandussisuga).	
---	---	--

XI kursus. Integraal. Planimeetria kordamine

Õppesisu	Õpitulemused	Mis on muutunud, meetodilised soovitusel, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.
Algfunktsiooni ja määramata integraali mõiste. Integraali omadused. Muutuva vahetus integreerimisel. Kõvertrapets, selle pindala piirväärtusena. Määratud integraal, Newtoni-Leibnizi valem. Integraali kasutamine tasandilise kujundi pindala, hulktahuka pöördkeha ruumala ning töö arvutamisel. Kolmnurk, selle sise- ja välisnurk, kolmnurga sisenurga poolitaja, selle omadus. Kolmnurga sise- ja ümberringjoon. Kolmnurga mediaan, mediaanide omadus. Kolmnurga kesklõik, selle omadus. Meetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas. Hulknurk, selle liigid. Kumera hulknurka sisenurkade summa. Hulknurkade	Õpilane: 1) selgitab algfunktsiooni mõistet ning leiab lihtsamate funktsioonide määramata integraale põhiintegraalide tabeli, integraali omaduste ja muutuva vahetuse (argumendiks on lineaarfunktsioon) järgi; 2) selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali leides; 3) arvutab määratud integraali abil kõvertrapetsi pindala, mitmest osast koosneva pinnatüki ja kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala ning lihtsama pöördkeha ruumala; 4) selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel; uurib arvutiga geomeetriliste kujundite omadusi ning kujutab vastavaid kujundeid joonisel; 5) selgitab kolmnurkade kongruentsuse ja	Muutused võrreldes senikehtiva õppekavaga: täiesti uus kursus. IKT: 1) integraali käsitlemisel on demonstratsiooniks sobiv Jane Albre dunaamiliste slaidide kompleks vms. 2) Pindalade arvutamisel integraali abil võib tehnilise töö teha arvutialgebra programmi abil (õpilane koostab integraali avaldise); Metoodilised soovitusel: 1) geomeetria on põhikooli kordav. Suurem rõhk on tõestusülesannetel. 2) Soovitav on leida kolmnurga pindala ka Heroni valemi ning kolmnurga sise- ja ümberringjoone raadiuse kaudu.

<p>sarnasus. Sarnaste hulknurkade ümbermõõdude suhe ja pindalade suhe. Hulknurga sise- ja ümberringjoon. Rööpkülik, selle eriliigid ja omadused. Trapets, selle liigid. Trapetsi kesklõik, selle omadused. Kesknurk ja piirdenurk. Thalese teoreem. Ringjoone lõikaja ning puutuja. Kõõl- ja puutujahulknurk. Kolmnurga pindala. Rakenduslikud geomeetriaülesanded.</p>	<p>sarnasuse tunnuseid, sarnaste hulknurkade omadusi ning kujundite ümbermõõdu ja ruumala arvutamist;</p> <p>6) lahendab planimeetria arvutusülesandeid ja lihtsamaid tõestusülesandeid;</p> <p>7) kasutab geomeetrilisi kujundeid kui mudeleid ümbritseva ruumi objektide uurimisel.</p>	
---	---	--

XII kursus. Geomeetria I (analüütiline käsitus)

Õppesisu	Õpitulemused	Mis on muutunud, meetoodilised soovitusel, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.
<p>Stereomeetria asendilauseid: nurk kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahel, sirgete ja tasandite ristseis ning paralleelsus, kolme ristsirge teoreem, hulknurga projektsiooni pindala.</p> <p>Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid ruumis, punkti kohavektor. Vektori koordinaadid ruumis, vektori pikkus. Lineaartehted</p>	<p>Õpilane:</p> <p>1) kirjeldab punkti koordinaate ruumis;</p> <p>2) selgitab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist;</p> <p>3) tuletab sirge ja tasandi võrrandid ning kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid;</p> <p>4) arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ja kahe vektori vahelise nurga;</p> <p>5) koostab sirge ja tasandi võrrandeid;</p> <p>6) määrab võrranditega antud kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikuse asendi ning</p>	<p>Muutused võrreldes senikehtiva õppekavaga: täiesti uus kursus.</p> <p>IKT: õpitava visualiseerimiseks sobivad programmid on nt Geogebra ja Wiris</p> <p>Ainesisene lõiming V kursusega.</p>

<p>vektoritega. Vektorite kollineaarsus ja komplanaarsus, vektori avaldamine kolme mis tahes mittekomplanaarse vektori kaudu. Kahe vektori skalaarkorrutis. Kahe vektori vaheline nurk. Sirge võrrandid ruumis, tasandi võrrand. Võrranditega antud sirgete ja tasandite vastastikuse asendi uurimine, sirge ja tasandi lõikepunkt, võrranditega antud sirgete vahelise nurga leidmine. Rakendusülesanded.</p>	<p>arvutab nurga nende vahel; 7) kasutab vektoreid geomeetrilise ja füüsikalise sisuga ülesandeid lahendades.</p>	
--	---	--

XIII kursus. Geomeetria II (sünteesiline käsitlus)

Õppesisu	Õpitulemused	Mis on muutunud, metoodilised soovitusel, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.
<p>Prisma ja püramiid, nende pindala ja ruumala, korrapärsed hulktahukad. Pöördkehad; silinder, koonus ja kera, nende pindala ja ruumala, kera segment, kiht, vöö ja sektor. Ülesanded hulktahukate ja pöördkehade kohta. Hulktahukate ja pöördkehade lõiked tasandiga. Rakendusülesanded.</p>	<p>Õpilane: 1) kirjeldab hulktahukate ja pöördkehade liike ning nende pindalade arvutamise valemeid; 2) tuletab silindri, koonuse või kera ruumala valemi; 3) kujutab joonisel prisma, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga; 4) arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala;</p>	<p>Metoodilised soovitusel: pöörata tähelepanu jooniste tegemisele (kehad ja nende lõiked tasandiga). Sisemine lõiming 1) XI kursusega (planimeetria); 2) XII kursusega (nurk kahe tasandi vahel, nurk sirge ja tasandi vahel). IKT: kehade ja nende pinnalaotuste uurimiseks sobib programm Poly.</p>

	5) kasutab hulktahukaid ja pöördkehi kui mudeleid ümbritseva ruumi objekte uurides.	
--	---	--

XIV kursus. Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine

Õppesisu	Õpitulemused	Mis on muutunud, metoodilised soovitused, viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad.
<p>Matemaatilise mudeli tähendus, nähtuse modelleerimise etapid, mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine. Tekstülesannete (sh protsentülesannete) lahendamine võrrandite kui ülesannete matemaatiliste mudelite koostamise ja lahendamise abil. Lineaar-, ruut- ja eksponentfunktsioone rakendavad mudelid loodus- ning majandusteaduses, tehnoloogias ja mujal (nt füüsikaliste suuruste seosed, orgaanilise kasvamise mudelid bioloogias, nõudlus- ja pakkumisfunktsioonid ning marginaalfunktsioonid majandusteaduses, materjalikulu arvutused tehnoloogias jne). Kursuse käsitlus tugineb arvutusvahendite kasutamisele</p>	<p>Õpilane:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust; 2) tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone; 3) kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduste olulisemaid mudeleid ning meetodeid; 4) lahendab tekstülesandeid võrrandite abil; 5) märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid; 6) koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks; 7) kasutab tasku- ja personaalarvutit ülesannete lahendamisel. 	<p>Muutused võrreldes senikehtiva õppekavaga: täiesti uus kursus.</p> <p>Metoodilised soovitused: 1) seotakse erinevaid õpitud kursusi; 2) rõhuasetus on õige mudeli valikul;</p> <p>IKT: 1) õpilane koostab mudeli, võrrandite jms lahendamisel kasutab arvutit; 2) Arvutiprogrammide kasutamine lahendi kontrollimisel;</p>

(tasku- ja personaalarvutid).		
-------------------------------	--	--

IKT ainekavas

Ainekavas on öeldud, et IKT võimalusi kasutatakse nii seoseid visualiseerides, hüpoteese püstitades kui ka teadmisi kinnistades. Ainekavale vastavad IKT kasutamist eeldavad õppematerjalid on koondatud veebilehele <http://mott.edu.ee/mottwiki>. Et arvuteid oleks võimalik kasutada meetoodiliselt õigesti, on matemaatika ainekavas õpikeskkonnale esitatud nõue, et kool varustab klassiruumid, kus õpetatakse matemaatikat, internetiühendusega sülearvutite või lauaarvutite komplektiga arvestusega vähemalt üks arvuti viie õpilase kohta I ja II kooliastmes ja üks arvuti kahe õpilase kohta III kooliastmes. Arvutite olemasolu klassiruumis võimaldab arvuteid kasutada vastavalt vajadusele. Näiteks drillprogramme pole alati vaja kasutada tervel klassil. Tugevamad õpilased vajavad harjutamist kindlasti vähem. Samal ajal, kui mõned õpilased lahendavad arvutil harjutusülesandeid, saab õpetaja tegeleda ülejäänud õpilastega. Kui ainetund toimub arvutiklassis, siis olude sunnil on õpilane terve tunni arvuti taga. Nii aine omandamise kui ka lapse tervise seisukohalt on hoopis efektiivsem harjutada korraga 10-15 minutit ühes matemaatika tunnis ja seda siis sagedamini. Kui aga arvutit kasutatakse tööriistana probleemülesannete lahendamisel või hüpoteeside püstitamisel, siis on parem, kui õpilased töötavad kahekesi ühe arvuti taga.

Hindamine

Ainekavas on täpsustatud kujundava ja kokkuvõtva hindamise tähendust matemaatikas. Sellise vajaduse tingis asjaolu, et õpitulemused on sõnastatud rahuldaval tasemel. Hindamist selgitavas osas täpsustatakse põhimõtteid, millal õpilane saab hindeks hea või väga hea.

Matemaatika õpitulemusi hinnates võetakse aluseks tunnetusprotsessid ja nende hierarhiline ülesehitus.

1. *Faktide, protseduuride ja mõistete teadmine*: meenutamine, äratundmine, info leidmine, arvutamine, mõõtmine, klassifitseerimine/järjestamine.
2. *Teadmiste rakendamine*: meetodite valimine, matemaatilise info eri viisidel esitamine, modelleerimine, rutiinsete ülesannete lahendamine.
3. *Arutlemine*: põhjendamine, analüüs, süntees, üldistamine, tulemuste hindamine, reaalsusest tulenevate ning mitterutiinsete ülesannete lahendamine.

Siinjuures mõeldakse rutiinsete ülesannete all ülesandeid, mida klassis on tehtud konkreetsete meetodite või tehnikate harjutamiseks. Mitterutiinsete ülesannetega ei ole õpilased varem tõenäoliselt kokku puutunud. Viimased nõuavad õpilastelt teadmiste ja oskuste ülekandmist uutesse situatsioonidesse ja eeldavad arutlemisoskust. Erinevalt rutiinsetest ülesannetest on mitterutiinsete ülesannete lahendamiseks vajalik ülesande planeerimise ja tulemuse etteaimamise oskus, samuti ülesande sooritamise käigu kontrollimise vilumused.

Hindamise vormidena kasutatakse *kujundavat* ja *kokkuvõtvat* hindamist. Seejuures kujundav hindav on mittenumbriline, kokkuvõttev hindamine aga numbriline.

Kujundav hindamine annab infot ülesannete üldise lahendamisoskuse ja matemaatilise mõtlemise ning õpilase suhtumise kohta matemaatikasse:

1. Õppetunni või muu õppetegevuse ajal antakse õpilasele tagasisidet aine ja ainevaldkonna teadmistest ja oskustest ning õpilase hoiakutest ja väärtustest.
2. Koostöös kaaslaste ja õpetajaga saab õpilane seatud eesmärkide ja õpitulemuste põhjal julgustavat ning konstruktiivset tagasisidet oma tugevuste ja nõrkuste kohta.
3. Praktiliste tööde ja ülesannete puhul ei hinnata mitte ainult töö tulemust, vaid ka protsessi.

Kokkuvõtva hindamise korral võrreldakse õpilase arengut õppekavas toodud oodatavate tulemustega. Üksikute õpitulemuste või nende rühmade saavutatust hinnatakse tunnikontrollide ja kontrolltöödega ning muude kontrollivõtetega. Kursuse koondhinne kujundatakse nende ja vajaduse korral kursust kokku võtva kontrollivormi tulemuste alusel. Õpilaste teadmisi ja oskusi kontrollitakse kolmel tasemel: teadmine, rakendamine ning arutlemine. Õpilane saab rahuldav hinde, kui ta on omandanud matemaatika ainekavas esitatud õpitulemused teadmise ja rutiinsete ülesannete lahendamise tasemel, ning väga hea hinde, kui ta on omandanud õpitulemused arutlemise tasemel. Kui õpitulemused on omandatud teadmiste rakendamise tasemel, saadakse hinne „neli“.

1. Ainevaldkond „Matemaatika”

1.1. Matemaatikapädevus

Matemaatikapädevus tähendab matemaatiliste mõistete ja seoste süsteemset tundmist, samuti suutlikkust kasutada matemaatikat temale omase keele, sümbolite ja meetoditega erinevate ülesannete modelleerimisel nii matemaatika sees kui ka teistes õppeainetes ja eluvaldkondades. Matemaatikapädevus hõlmab üldist probleemi lahendamise oskust, mis sisaldab endas oskust probleeme püstitada, sobivaid lahendusstrateegiaid leida ja neid rakendada, lahendusideed analüüsida, tulemuse tõesust kontrollida. Matemaatikapädevus tähendab loogilise arutlemise, põhjendamise ja tõestamise oskust, samuti erinevate esitusviiside (sümbolid, valemid, graafikud, tabelid, diagrammid) mõistmise ja kasutamise oskust. Matemaatikapädevus hõlmab ka huvi matemaatika vastu, matemaatika sotsiaalse, kultuurilise ja personaalse tähenduse mõistmist ning info- ja kommunikatsioonitehnoloogia (edaspidi IKT) võimaluste kasutamist.

Gümnaasiumi lõpetaja:

- 1) väärtustab matemaatikat, suudab hinnata ja arvestada oma matemaatilisi võimeid karjääri planeerides;
- 2) on omandanud süsteemse ja seostatud ülevaate matemaatika erinevate valdkondade mõistetest, seostest ning protseduuridest;
- 3) mõistab ja analüüsib matemaatilisi tekste, esitab oma matemaatilisi mõttekäike nii suuliselt kui ka kirjalikult;
- 4) arutleb loovalt ja loogiliselt, leiab probleemülesande lahendamiseks sobivaid strateegiaid ning rakendab neid;
- 5) püstitab matemaatilisi hüpoteese, põhjendab ja tõestab neid;
- 6) mõistab ümbritsevas maailmas valitsevaid kvantitatiivseid, loogilisi, funktsionaalseid, statistilisi ja ruumilisi seoseid;
- 7) rakendab matemaatilisi meetodeid teistes õppeainetes ja erinevates eluvaldkondades, oskab igapäevaelu probleemi esitada matemaatika keeles ning interpreteerida ja kriitiliselt hinnata matemaatilisi mudeleid igapäevaelu kontekstis;
- 8) tõlgendab erinevaid matemaatilise info esituse viise (graafik, tabel, valem, diagramm, tekst), oskab valida sobivat esitusviisi ning üle minna ühelt esitusviisilt teisele;
- 9) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid (mudelid, teatmeteosed, IKT vahendid jne) ja hindab kriitiliselt neis sisalduvat teavet.

1.2. Ainevaldkonna õppeainete kohustuslikud kursused ja valikkursused

Ainevaldkonda kuuluvad kitsas matemaatika, mis koosneb 8 kursusest, ning lai matemaatika, mis koosneb 16 kursusest.

	10. klass	11. klass	12. klass
Kitsas matemaatika	3	3	2
Lai matemaatika	6	5	5

Kitsa matemaatika kohustuslikud kursused on:

1. „Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused”
2. „Trigonomeetria”
3. „Vektor tasandil. Joone võrrand”
4. „Tõenäosus ja statistika”

5. „Funktsioonid I”²
6. „Funktsioonid II”
7. „Tasandilised kujundid. Integraal”
8. „Stereomeetria”

Laia matemaatika kohustuslikud kursused on:

1. „Arvuhulgad. Avaldised”
2. „Võrrandid ja võrrandisüsteemid”
3. „Võrratused. Trigonomeetria I”
4. „Trigonomeetria II”
5. „Vektor tasandil. Joone võrrand”
6. „Tõenäosus, statistika”
7. „Funktsioonid I. Arvjadad”
8. „Funktsioonid”
9. „Funktsiooni piirväärtus ja tuletis”
10. „Tuletise rakendused”
11. „Integraal. Planimeetria kordamine”
12. „Geomeetria I”
13. „Geomeetria I”
14. „Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine”

Ainevaldkonnas on kaheksa valikkursust:

- „Loogika”
- „Majandusmatemaatika elemendid”
- „Arvuteooria elemendid I”
- „Arvuteooria elemendid II”
- „Diskreetse matemaatika elemendid I”
- „Diskreetse matemaatika elemendid II”
- „Planimeetria I. Kolmnurkade ja ringide geomeetria”
- „Planimeetria II. Hulknurkade ja ringide geomeetria”.

1.3. Ainevaldkonna kirjeldus

Lai matemaatika ja kitsas matemaatika erinevad nii sisu kui ka käsitluslaadi poolest. Laias matemaatikas käsitletakse mõisteid ja meetodeid, mida on vaja matemaatikateaduse olemusest arusaamiseks. Erinevalt laiast matemaatikast ei ole kitsa matemaatika õppe põhiülesanne mitte matemaatika kui teadusharu enese tundmaõppimine, vaid peamine on matemaatika rakenduste vaatlemine inimest ümbritseva maailma teaduspõhiseks kirjeldamiseks ning elus toimetuleku tagamiseks. Selleks vajalik keskkond luuakse matemaatika mõistete, sümbolite, omaduste ja seoste, reeglite ja protseduuride käsitlemise ning intuitsioonil ja loogilisel arutelul põhinevate mõttekäikude esitamise kaudu. Nii kitsas kui ka lai matemaatika annab õppijale vahendid ja oskused rakendada teistes õppeainetes vajalikke matemaatilisi meetodeid. Laia matemaatika kava ei rahulda matemaatika süvaõppe vajadusi. Matemaatikast enam huvituvatel õpilastel on võimalik kasutada valikainete õpiaega, üleriigilisi süvaõppevorme ja individuaalõpet. Ainekavas esitatud valikkursusi võib lisada nii kitsale kui ka laiiale matemaatikale. Kitsale matemaatikale võib valikkursustena lisada ka laia matemaatika kursusi.

Kitsa matemaatika järgi õppinud õpilastel on soovi korral võimalik üle minna laiiale matemaatikale ja laia matemaatika järgi õppinud õpilastel kitsale matemaatikale. **Ülemineku tingimused sätestab kool oma õppekavas.** Laia matemaatika läbimine võimaldab jätkata õpinguid aladel, kus matemaatikal on oluline tähtsus ja seda õpetatakse iseseisva aina.

Kitsa matemaatika läbimine võimaldab jätkata õpinguid aladel, kus matemaatikal ei ole olulist tähtsust ja seda ei õpetata iseseisva ainaena.

1.4. Üldpädevuste kujundamine ainevaldkonna õppeainetes

Matemaatika õppimise kaudu arendatakse matemaatikapädevuse kõrval kõiki ülejäänud üldpädevusi.

1.4.1. Väärtuspädevus

Matemaatikat õppides tutvuvad õpilased erinevate maade ja ajastute matemaatikute saavutustega ning saavad seeläbi tajuda kultuuride seotust. Õpilasi juhatakse tunnetama loogiliste mõttekäikude elegantsi ning märkama geomeetriliste kujundite harmooniat arhitektuuris ja looduses. Arendatakse püsivust, objektiivsust, täpsust ja töölust.

1.4.2. Sotsiaalne pädevus

Vastutustunnet ühiskonna ja kaaskodanike ees kasvatatakse sellekohase kontekstiga tekstülesannete lahendamise kaudu. Probleemülesannete lahendusideede väljatöötamisel rühmatöö kaudu ning projektöppes arendatakse koostööoskust. Kahe erineva tasemega matemaatikakursuse olemasolu võimaldab paremini arvestada erinevate matemaatiliste võimetega õpilasi.

1.4.3. Enesemääratluspädevus

Erineva raskusastmega ülesannete iseseisva lahendamise kaudu võimaldatakse õpilasel hinnata ja arendada oma matemaatilisi võimeid. Selleks sobivad kõige paremini avatud probleemülesanded.

1.4.4. Õpipädevus.

Ülesannete lahendamise kaudu arendatakse analüüsimise, ratsionaalsete võtete otsingu ja tulemuste kriitilise hindamise oskusi. Arendatakse üldistamise ja analoogia kasutamise oskust ning oskust kasutada õpitud teadmisi uutes olukordades. Õpilases kujundatakse arusaam, et ülesannete lahendusteid on võimalik leida üksnes tema enda iseseisva mõtlemise teel.

1.4.5. Suhtluspädevus.

Arendatakse suutlikkust väljendada oma mõtet selgelt, lühidalt ja täpselt. Eelkõige toimub see mõistete korrektsete definitsioonide esitamise, hüpoteeside ja väidete või teoreemide sõnastamise ning ülesannete lahenduste vormistamise kaudu. Tekstülesandeid lahendades areneb funktsionaalne lugemisoskus: õpitakse eristama olulist ebaolulisest ja nägema objektide seoseid. Matemaatika oluline roll on kujundada valmisolek mõista, seostada ja edastada infot, mis on esitatud erinevatel viisidel (tekst, graafik, tabel, diagramm, valem). Arendatakse suutlikkust formaliseerida tavakeeles esitatud infot ning vastupidi: esitada matemaatiliste sümbolite ja valemite sisu tavakeeles.

1.4.6. Ettevõtlikkuspädevus

Ettevõtlikkuspädevuse arendamine on matemaatikas olema kesksel kohal. Uute matemaatiliste teadmiseni jõutakse sageli vaadeldavate objektide omaduste analüüsimise kaudu: uuritakse objektide ühiseid omadusi, selle alusel sõnastatakse hüpotees ja otsitakse ideid selle kehtivuse

põhjendamiseks. Säärase tegevuse käigus arenevad oskus näha ja sõnastada probleeme, genereerida ideid ning kontrollida nende headust. Tõenäosusteooria ja funktsioonidega (eeskätt selle ekstreemumiga) seotud ülesannete lahendamise kaudu õpitakse uurima objekti muutusi, mille on põhjendanud erinevad parameetrid, hindama riske ning otsima optimaalseid lahendusi. Ühele ülesandele erinevate lahenduste leidmine arendab paindlikku mõtlemist ja ideede genereerimise oskust. Ettevõtlikkuspädevust arendatakse ka mitmete eluliste andmetega ülesannete lahendamise ning pikemate projektitööde kaudu.

1.5. Lõiming

1.5.1. Lõiming teiste valdkonnapädevuste ja ainevaldkondadega

Matemaatika ja emakeele lõiming realiseerub matemaatika õpetuses korrektses emakeele kasutuses matemaatiliste tekstide esitamisel. Põhikoolis on nendeks tekstideks ülesannete lahendused. Nii nagu emakeeles, nii ka matemaatikas peavad õpilaste poolt kirja pandud laused sisaldama kirjavahemärke, punkti lause lõpus jne. Austusest emakeele vastu eelistab matemaatikaõpetaja emakeelseid matemaatilisi termineid võõrkeelsetele.

Matemaatika ja ühiskonnaõpetuse lõiming rajaneb suures osas just ühiskonnaõpetusest pärinevate andmete kasutamisel statistika elemente käsitlevate matemaatika teemade juures. Hulgaliselt arvmaterjali pakuvad ühiskonnaõpetuse teemad *sotsiaalsed suhted, majandus, ühiskonna struktuur, riik ja valitsemine*. Nimetatud teemadest pärit arvandmeid kasutatakse matemaatika teemade *protsent, osamäär (osakaal), keskmine, tulp- ja sektordiagramm, võrdelisuus (proportsionaalne esindatus valimistel), intress jt* käsitlemisel. Toetudes nimetatud mõistetele, anname matemaatikas nõu lisainformatsioonina õpilastele teavet sellistest olulistest ühiskonda puudutavatest küsimustest nagu rahvastiku struktuur, erinevate sotsiaalsete gruppide osakaal selles, isiklik ja riigi eelarve, palk ja maksud, intressid jne.

Matemaatika lõiming ajalooga võiks realiseeruda eelkõige läbi matemaatikas õpetatava seostamise matemaatika enese arengu ajaloo.

Matemaatika ja kunstiainete lõiminguks pakub häid võimalusi geomeetria. Matemaatika geomeetriaalased mõisted leiavad rakendamist väga paljudes kunsti valdkondades, näiteks arhitektuuris, ruumikujunduses, ornamentikas, disainimisel jne. Geomeetriaalased mõisted võivad olla ka aluseks kunstiõpetuses vaadeldavate objektide analüüsimisel, samas aga ehk ka mõningatele abstraktse kunsti vooludele.

Muusikaõpetuses on olulisel kohal muusikateooria, millest osa toetub matemaatikas õpitavale hariliku murru mõistele. Käsitledes harilikke murde matemaatikas, oleks otstarbekas vaadelda nende murdude ühe rakendusena ka erinevate noodivälvuste kirjapanekut.

Tehnoloogia lõimimisel matemaatikaga tulevad ilmselt jälle kõne alla matemaatika rakendused nendest ainetest pärinevas temaatikas. Matemaatika saab toetada tehnoloogiat kindlasti sellega, kui ka matemaatikas nõuame õpilastelt korrektseid ruumiliste kujundite jooniseid (kuup, risttahukas, prisma, püramiid). Ka matemaatikaõpetaja ülesandeks peaks olema õpetada õpilasi käsitletavatest objektidest korrektseid jooniseid tegema.

1.6. Läbivad teemad

Õppekava üldosas toodud läbivad teemad realiseeritakse gümnaasiumi matemaatikaõpetuses eelkõige õpetegevuse sihipärase korraldamise ning ülesannete elulise sisu kaudu.

1.6.1. „Elukestev õpe ja karjääriplaneerimine”

Läbiv teema seostub kogu õppes järk-järgult kujundatava õppimise vajaduse tajumise ning iseseisva õppimise oskuse arendamise kaudu. Enda tunnetuslike võimete reaalne hindamine on üks tähtsamaid edasise karjääriplaneerimise lähtetingimusi. Seega on oluline, et noor inimene saab matemaatikatundides hinnangu oma võimele abstraktselt ja loogiliselt mõelda, et selle põhjal oma karjääriplaneerimist korrigeerida, ent ka oma tunnetuslikke võimeid arendada.

1.6.2. „Keskond ja jätkusuutlik areng”

Läbiva teema probleemistik jõuab matemaatikakursusesse eelkõige seal esitatavate ülesannete kaudu, milles kasutatakse reaalseid andmeid keskkonna ressursside kasutamise kohta. Neid andmeid analüüsid arendatakse säästvat suhtumist ümbritseva suhtes ning õpetatakse väärtustama elukeskkonda. Võimalikud on õuesõppetunnid ja õppekäigud. Eesmärk on saavutada, et õpilased õpiksid võtma isiklikku vastutust jätkusuutliku tuleviku eest ning omandama vastavaid väärtushinnanguid ja käitumisnorme. Kujundatakse kriitilist mõtlemist ja probleemide lahendamise oskust ning analüüsitakse keskkonna ja inimarengu perspektiive. Seda teemat käsitledes on tähtsal kohal protsentarvutus, muutumist ja seoseid kirjeldav matemaatika ning statistika elemendid.

1.6.3. „Kultuuriline identiteet”

Teema seostamisel matemaatikaga on olulisel kohal matemaatika ajaloo elementide tutvustamine ning ühiskonna ja matemaatikateaduse arengu seostamine. Protsentarvutuse ja statistika järgi saab kirjeldada ühiskonnas toimuvaid protsesse ühenduses mitmekultuurilisuse teemaga (eri rahvused, erinevad usundid, erinev sotsiaalne positsioon ühiskonnas jt).

1.6.4. „Kodanikualgatus ja ettevõtlikkus”

Teema käsitlemine realiseerub eelkõige matemaatika ning teisi õppeaineid ja igapäevaelu integreerivate ühistegevuste kaudu (uurimistööd, rühmatööd, projektid jt).

1.6.5. „Tehnoloogia ja innovatsioon”.

Matemaatikakursuse lõimingute kaudu tehnoloogia ja loodusainetega saavad õpilased ettekujutuse tehnoloogiliste protsesside kirjeldamise ning modelleerimise meetoditest. Õpilast suunatakse kasutama IKT elulisi probleeme lahendades ning oma õppimist ja tööd tõhustades. Matemaatikaõpetus peaks igati pakkuma võimalusi ise avastada ja märgata seaduspärasusi ning seeläbi aitama kaasa loovate inimeste kujunemisele. Seaduspärasusi avastades kasutatakse mitmesugust õpitarkvara.

1.6.6. „Teabekeskond”

Teema seondub eriti oma meediamanipulatsioone hõlmavas osas tihedalt matemaatikakursuses käsitletavate statistiliste protseduuride ja protsentarvutusega. Õpilast juhatakse arendama kriitilise teabeanalüüsi oskusi.

1.6.7. „Tervis ja ohutus”

Teema realiseerub matemaatikakursuses ohutus- ja tervishoiualaseid reaalseid andmeid sisaldavate ülesannete kaudu (nt liikluskeskonna ohutuse seos sõidukite liikumise kiirusega, nakkushaiguste leviku eksponentsiaalne olemus, muid riskitegureid hõlmavate andmetega protsentülesanded ja graafikud). Matemaatikat õpetades ei saa alahinnata õpilaste positiivsete emotsioonide teket (nt kaunitest konstruktsioonidest, haaravatest probleem-ülesannetest).

1.6.8. „Väärtused ja kõlblus”

Teema külgneb matemaatika õppimisel eelkõige selle kõlbelise komponendiga – korralikkuse, hoolsuse, süstemaatilisuse, järjekindluse, püsivuse ja aususe kasvatamisega. Õpetaja eeskujul on tähtis osa tolerantse suhtumise kujunemisel erinevate võimetega kaaslastesse.

1.7. Füüsiline õpikeskkond

1. Kool korraldab õppe klassis, kus on tahvlile joonestamise vahendid.
2. Kool võimaldab vajaduse korral kasutada klassis internetiühendusega sülearvutite või lauarvutite komplekti arvestusega vähemalt üks arvuti viie õpilase kohta ainekavas märgitud õpitulemuste saavutamiseks ning esitlustehnikat seoste visualiseerimiseks.
3. Kool võimaldab tasandiliste ja ruumiliste kujundite komplektid.
4. Kool võimaldab kasutada klassiruumis taskuarvutite komplekti.

1.8. Hindamine

Matemaatika õpitulemusi hinnates võetakse aluseks tunnetuslikud protsessid ja nende hierarhiline ülesehitus.

1. Faktide, protseduuride ja mõistete teadmine: meenutamine, äratundmine, info leidmine, arvutamine, mõõtmine, klassifitseerimine/järjestamine.
2. Teadmiste rakendamine: meetodite valimine, matemaatilise info esitamine eri viisidel, modelleerimine ning rutiinsete ülesannete lahendamine.
3. Arutlemine: põhjendamine, analüüs, süntees, üldistamine, tulemuste hindamine, reaalsusest tulenevate ning mitterutiinsete ülesannete lahendamine.

Hindamise vormidena kasutatakse kujundavat ja kokkuvõtvat hindamist.

Kujundav hindamine annab infot ülesannete üldise lahendamisoskuse ja matemaatilise mõtlemise ning õpilase suhtumise kohta matemaatikasse. Kujundav hindamine on enamasti mittenumbriline.

1. Õppetunni või muu õppetegevuse ajal antakse õpilasele tagasisidet aine ja ainevaldkonna teadmiste ja oskuste ning õpilase hoiakute ja väärtuste kohta.
2. Koostöös kaaslaste ja õpetajaga saab õpilane seatud eesmärkide ja õpitulemuste põhjal julgustavat ning konstruktiivset tagasisidet oma tugevuste ja nõrkuste kohta.
3. Praktiliste tööde ja ülesannete puhul ei hinnata mitte ainult töö tulemust, vaid ka protsessi.
4. Kirjalikke ülesandeid hinnates parandatakse ka õigekirjavead, mida hindamisel ei arvestata.

Kokkuvõtva hindamise korral võrreldakse õpilase arengut õppekavas toodud oodatavate õpitulemustega, kasutades numbrilist hindamist. Õpitulemuste saavutatust hinnatakse tunni-kontrollide ja kontrolltöödega ning muude kontrollivõtetega. Kursuse kokkuvõttev hinne kujundatakse nende ja vajaduse korral kursust kokku võtva kontrollivormi tulemuste alusel.

Õpilaste teadmisi ja oskusi kontrollitakse eespool esitatud kolmel tasemel: teadmine, rakendamine ning arutlemine. Õpilase teadmisi ja oskusi hinnatakse rahuldava hindega, kui ta on omandanud matemaatika ainekavas esitatud õpitulemused teadmise ja rutiinsete ülesannete lahendamise

tasemel, ning väga hea hindega, kui ta on omandanud õpitulemused arutlemise tasemel. Kui õpitulemused omandatakse teadmiste rakendamise tasemel, hinnatakse neid hindega „neli”.

2. Kitsas matemaatika

2.1. Üldalused

2.1.1. Õppe-eesmärgid

Õpetusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest;
- 2) kasutab ja tõlgendab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
- 3) rakendab matemaatikat erinevate valdkondade probleeme lahendades;
- 4) väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 5) arendab oma intuitsiooni, arutleb loogiliselt ja loovalt;
- 6) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid;
- 7) kasutab matemaatikat õppides arvutiprogramme.

2.1.2. Õppeaine kirjeldus

Kitsa matemaatika eesmärk on õpetada aru saama matemaatika keeles esitatud teabest, kasutada matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades, tagades sellega sotsiaalse toimetuleku. Kitsa kava järgi õpetatakse kirjeldavalt ja näitlikustavalt, matemaatiliste väidete põhjendamine toetub intuitsioonile ning analoogiale. Olulisel kohal on rakendusülesanded.

2.1.3. Gümnaasiumi õpitulemused

Gümnaasiumi lõpetaja:

- 1) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate elu-valdkondade ülesandeid;
- 2) väljendub matemaatilist keelt kasutades täpselt ja lühidalt, arutleb ülesandeid lahendades loovalt ja loogiliselt;
- 3) kasutab matemaatikat õppides ning andmeid otsides ja töödeldes IKT vahendeid;
- 4) hindab oma matemaatilisi teadmisi ja oskusi ning arvestab neid edasist tegevust kavandades;
- 5) mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
- 6) lihtsustab avaldisi, lahendab võrrandeid ja võrratusi;
- 7) kasutab trigonomeetriat geomeetriliste kujunditega seotud ülesandeid lahendades;
- 8) esitab põhilisi tasandilisi jooni valemi abil, skitseerib valemi abil antud joone;
- 9) kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
- 10) tunneb õpitud funktsioonide omadusi ning rakendab neid;
- 11) leiab geomeetriliste kujundite joonelemente, pindalasiid ja ruumalasiid.

2.2. I kursus „Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) eristab ratsionaal-, irratsionaal- ja reaalarve;
- 2) eristab võrdust, samasust, võrrandit ja võrratust;
- 3) selgitab võrrandite ja võrratuste lahendamisel kasutatavaid samasusteisendusi;
- 4) lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut- ja lihtsamaid murdvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
- 5) sooritab tehteid astmete ja juurtega, teisendades viimased ratsionaalarvulise astendajaga astmeteks;
- 6) teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja juuravaldisi;
- 7) lahendab lineaar- ja ruutvõrratuse ning ühe tundmatuga lineaarvõrratuste süsteeme;
- 8) lahendab lihtsamaid, sh tegelikkusest tulenevaid tekstülesandeid võrrandite ja võrrandi-süsteemide abil.

Õppesisu

Naturaalarvude hulk N , täisarvude hulk Z ja ratsionaalarvude hulk Q . Irratsionaalarvude hulk I . Reaalarvude hulk R . Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus. Ratsionaalarvude lihtsustamine. Arvu n -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Murdvõrrand. Arvu juure esitamine ratsionaalarvulise astendajaga astmena. Tehted astmetega ning tehete näiteid võrdsete juurijatega juurtega. Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaar- ja ruutvõrratused. Lihtsamate, sealhulgas tegelikkusest tulenevate tekstülesannete lahendamine võrrandite abil.

2.3. II kursus „Trigonomeetria”**Õpitulemused****Kursuse lõpul õpilane:**

- 1) defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi;
- 2) loeb trigonomeetriliste funktsioonide graafikuid;
- 3) teisendab kraadimõõdus antud nurga radiaanmõõtu ja vastupidi;
- 4) teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldiseid;
- 5) rakendab kolmnurga pindala valemeid, siinus- ja koosinusteoreemi;
- 6) lahendab kolmnurki, arvutab kolmnurga, rööpküliku ja hulknurga pindala, arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
- 7) lahendab lihtsamaid rakendussisuga planimeetriaülesandeid.

Õppesisu

Nurga mõiste üldistamine, radiaanmõõt. Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid ($\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$), nende väärtused nurkade 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° korral. Negatiivse nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsioonide $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$ graafikud. Trigonomeetria põhiseosed $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$, $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$, $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$, $\tan(90^\circ - \alpha) = 1/\tan \alpha$, $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$, $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$, $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$, $\sin(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \sin \alpha$, $\cos(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \cos \alpha$, $\tan(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \tan \alpha$. Siinus- ja koosinus-teoreem. Kolmnurga pindala valeimid, nende kasutamine hulknurga pindala arvutamisel. Kolmnurga lahendamine. Ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala arvutamine. Rakendussisuga ülesanded.

2.4. III kursus „Vektor tasandil. Joone võrrand”**Õpitulemused****Õpilane:**

- 1) selgitab vektori mõistet ja vektori koordinaate;

- 2) tunneb sirget, ringjoont ja parabooli ning nende võrrandeid, teab sirgete vastastikuseid asendeid tasandil;
- 3) liidab ja lahutab vektoreid ning korrutab vektorit arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul;
- 4) leiab vektorite skalaarkorrutise, rakendab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;
- 5) koostab sirge võrrandi, kui sirge on määratud punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga;
- 6) määrab sirgete vastastikused asendid tasandil;
- 7) koostab ringjoone võrrandi keskpunkti ja raadiuse järgi;
- 8) joonestab sirgeid, ringjooni ja parabooli nende võrrandite järgi;
- 9) leiab kahe joone lõikepunktid (üks joontest on sirge);
- 10) kasutab vektoreid ja joone võrrandeid rakendussisuga ülesannetes.

Õppesisu

Punkti asukoha määramine tasandil. Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Vektorite võrdsus. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Jõu kujutamise vektorina. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektori korrutamine arvuga. Vektorite liitmine ja lahutamine (geomeetriliselt ja koordinaatkujul). Kahe vektori vaheline nurk. Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi. Vektorite kollineaarsus ja ristseis. Sirge võrrand (tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga, punkti ja tõusuga määratud sirge). Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Parabooli võrrand. Ringjoone võrrand. Joonte lõikepunktide leidmine. Kahe tundmatuga lineaarvõrrandist ning lineaarvõrrandist ja ruutvõrrandist koosnev võrrandisüsteem. Rakendussisuga ülesanded.

2.5. IV kursus „Tõenäosus ja statistika”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust;
- 2) selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet ning sõltumatute sündmuste korrutise ja välistavate sündmuste summa tähendust;
- 3) selgitab faktoriaali, permutatsioonide ja binoomkordaja mõistet;
- 4) selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvarakteristikute tähendust;
- 5) selgitab valimi ja üldkogumi mõistet ning andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust;
- 6) arvutab sündmuse tõenäosust ja rakendab seda lihtsamaid elulisi ülesandeid lahendades;
- 7) arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvarakteristikud ning teeb nendest järeldusi uuritava probleemi kohta;
- 8) leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna;
- 9) kogub andmestikku ja analüüsib seda arvutil statistiliste vahenditega.

Õppesisu

Sündmus. Sündmuste liigid. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Klassikaline tõenäosus. Geomeetriline tõenäosus. Sündmuste korrutis. Sõltumatute sündmuste korrutise tõenäosus. Sündmuste summa. Välistavate sündmuste summa tõenäosus. Faktoriaal. Permutatsioonid. Kombinatsioonid. Binoomkordaja. Diskreetne juhuslik suurus, selle jaotusseadus, jaotuspolügoon ja arvarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve). Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja nende süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Normaaljaotus (kirjeldavalt). Statistilise otsustuse usaldatavus keskväärtuse

usaldusvahemiku näitel. Andmetöötluse projekt, mis realiseeritakse arvutiga (soovitavalt koostöös mõne teise õppeainega).

2.6. V kursus „Funktsioonid I”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni käigu uurimisega seonduvaid mõisteid, pöördfunktsiooni mõistet, paaritu ja paarisfunktsiooni mõistet;
- 2) skitseerib ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid (käsitsi ning arvutil);
- 3) kirjeldab funktsiooni graafiku järgi funktsiooni peamisi omadusi;
- 4) selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi ning logaritmi ja potentseerib lihtsamaid avaldiseid;
- 5) lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid astme ning logaritmi definitsiooni vahetu rakendamise teel;
- 6) selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust ning lahendab selle abil lihtsamaid reaalsusega seotud ülesandeid;
- 7) tõlgendab reaalsuses ja teistes õppeainetes esinevaid protsentides väljendatavaid suursi, sh laenu dega seotud kulutusi ja ohte;
- 8) lahendab graafiku järgi trigonomeetrilisi põhivõrrandeid etteantud lõigul.

Õppesisu

Funktsioonid $y=ax+b$, $y=ax^2+bx+c$, $y=xa$ (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähist. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Funktsioonid $y=ax^n$ ($n=1, 2, -1$ ja -2). Arvu logaritmi mõiste. Korrutise, jagatise ja astme logaritmi. Logaritmine ja potentseerimine (mahus, mis võimaldab lahendada lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid). Pöördfunktsioon. Funktsioonid $y=a^x$ ja $y=\log_a x$. Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Näiteid mudelite kohta, milles esineb $y=e^{ax}$. Lihtsamad eksponent- ja logaritmivõrrandid. Mõisted $\arcsin m$, $\arccos m$ ja $\arctan m$. Näiteid trigonomeetriliste põhivõrrandite lahendamise kohta.

2.7. VI kursus „Funktsioonid II”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab arvjada ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada mõistet; 10
- 2) rakendab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme ning n esimese liikme summa valemit, lahendades lihtsamaid elulisi ülesandeid;
- 3) selgitab funktsiooni tuletise mõistet, funktsiooni graafiku puutuja mõistet ning funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust;
- 4) leiab ainekavaga määratud funktsioonide tuletisi;
- 5) koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi antud puutepunktis;
- 6) selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletisega, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja;
- 7) leiab lihtsamate funktsioonide nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad, kasvamis- ja kahanemisvahemikud, maksimum- ja miinimumpunktid ning skitseerib nende järgifunktsiooni graafiku;
- 8) lahendab lihtsamaid ekstreemumülesandeid.

Õppesisu

Arvutada mõiste, jada üldliige. Aritmeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem. Geomeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem. Funktsiooni tuletise geomeetiline tähendus. Joone puutuja tõus, puutuja võrrand. Funktsioonide $y=x^n$ ($n \in \mathbb{Z}$), $y=e^x$, $y=\ln x$ tuletised. Funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletised. Funktsiooni teine tuletis. Funktsiooni kasvamise ja kahanemise uurimine ning ekstreemumite leidmine tuletise abil. Lihtsamad ekstreemumülesanded.

2.8. VII kursus „Tasandilised kujundid. Integraal”**Õpitulemused****Kursuse lõpul õpilane:**

- 1) defineerib ainekavas nimetatud geomeetrilisi kujundeid ja selgitab kujundite põhiomadusi;
- 2) kasutab geomeetria ja trigonomeetria mõisteid ning põhiseoseid elulisi ülesandeid lahendades;
- 3) selgitab algfunktsiooni mõistet ja leiab määramata integraale (polünoomidest);
- 4) selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali arvutades;
- 5) arvutab määratud integraali järgi tasandilise kujundi pindala.

Õppesisu

Kolmnurgad, nelinurgad, korrapärased hulknurgad, ringjoon ja ring. Nende kujundite omadused, elementide vahelised seosed, ümbermõõdud ja pindalad rakendusliku sisuga ülesannetes. Algfunktsioon ja määramata integraal. Määratud integraal. Newtoni-Leibnizi valem. Kõvertrapets, selle pindala. Lihtsamate funktsioonide integreerimine. Tasandilise kujundi pindala arvutamine määratud integraali alusel. Rakendusülesanded.

2.9. VIII kursus „Stereomeetria”**Õpitulemused****Kursuse lõpul õpilane:**

- 1) selgitab punkti koordinaate ruumis, kirjeldab sirgete ja tasandite vastastikuseid asendeid ruumis, selgitab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet;
- 2) selgitab ainekavas nimetatud tahk- ja pöördkehade omadusi ning nende pindala ja ruumalaarvutamist;
- 3) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
- 4) arvutab ainekavas nõutud kehade pindala ja ruumala;
- 5) rakendab trigonomeetria- ja planimeetriateadmisi lihtsamaid stereomeetriaülesandeid lahendades;
- 6) kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid.

Õppesisu

Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid. Kahe punkti vaheline kaugus. Kahe sirge vastastikused asendid ruumis. Nurk kahe sirge vahel. Sirge ja tasandi vastastikused asendid ruumis. Sirge ja tasandi vaheline nurk. Sirge ja tasandi ristseisu tunnus. Kahe tasandi vastastikused asendid ruumis. Kahe tasandi vaheline nurk. Prisma ja püramiid. Püstprisma ning korrapärase püramiidi täispindala ja ruumala. Silinder, koonus ja kera, nende täispindala ning ruumala. Näiteid ruumiliste kujundite lõikamise kohta tasandiga. Praktilise sisuga ülesanded hulktahukate (püstprisma ja püramiidi) ning pöördkehade kohta.

3. Lai matemaatika

3.1. Üldalused

3.1.1. Õppe- ja kasvatuseesmärgid

Õpetusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest ning esitab oma matemaatilisi mõttekäike nii suuliselt kui ka kirjalikult;
- 2) valib, tõlgendab ja seostab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
- 3) arutleb loogiliselt ja loovalt, arendab oma intuitsiooni;
- 4) püstitab matemaatilisi hüpoteese ning põhjendab ja tõestab neid;
- 5) modelleerib erinevate valdkondade probleeme matemaatiliselt ja hindab kriitiliselt matemaatilisi mudeleid;
- 6) väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 7) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid ning hindab kriitiliselt neis sisalduvat teavet;
- 8) kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid.

3.1.2. Õppeaine kirjeldus

Lai matemaatika annab ettekujutuse matemaatika tähendusest ühiskonna arengus ning selle rakendamise igapäevaelus, tehnoloogias, majanduses, loodus- ja täppisteadustes ning muudes ühiskonnaelu valdkondades. Selle tagamiseks lahendatakse rakendusülesandeid, kasutades arvutit ning vastavat tarkvara. Olulisel kohal on tõestamine ja põhjendamine. Õppeaine koosneb neljateistkümnest kohustuslikust kursusest.

3.1.3. Gümnaasiumi õpitulemused

Gümnaasiumi lõpetaja:

- 1) mõistab ja rakendab õpitud matemaatilisi meetodeid ning protseduure;
- 2) arutleb loogiliselt ja loovalt, formaliseerib oma matemaatilisi mõttekäike;
- 3) hindab oma matemaatilisi teadmisi, mõistab reaalariduse olulisust ühiskonnas ning arvestab seda, kavandades oma edasist tegevust;
- 4) mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
- 5) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate valdkondade ülesandeid;
- 6) kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid;
- 7) teisendab irratsionaal- ja ratsionaalavaldisi, lahendab võrrandeid ja võrratusi ning võrrandi- ja võrratusesüsteeme;
- 8) teisendab trigonomeetrilisi avaldiseid ning kasutab trigonomeetriat ja vektoreid geomeetriaülesandeid lahendades;
- 9) koostab joone võrrandeid ning joonestab õpitud jooni nende võrrandite järgi;
- 10) kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
- 11) uurib funktsioone tuletise põhjal;

12) tunneb tasandiliste ja ruumiliste kujundite omadusi, leiab geomeetriliste kujundite pindalaid ja ruumalaid (ka integraali abil).

3.2. I kursus „Avaldised ja arvuhulgad”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab naturaalarvude hulga N , täisarvude hulga Z , ratsionaalarvude hulga Q , irratsionaalarvude hulga I ja reaalarvude hulga R omadusi;
- 2) defineerib arvu absoluutväärtuse;
- 3) märgib arvteljel reaalarvude piirkondi;
- 4) teisendab naturaalarve kahendsüsteemi;
- 5) esitab arvu juure ratsionaalarvulise astendajaga astmena ja vastupidi;
- 6) sooritab tehteid astmete ning võrdsete juurijatega juurtega;
- 7) teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja irratsionaalavaldisi;
- 8) lahendab rakendussisuga ülesandeid (sh protsentülesanded).

Õppesisu

Naturaalarvude hulk N , täisarvude hulk Z , ratsionaalarvude hulk Q , irratsionaalarvude hulk I ja reaalarvude hulk R , nende omadused. Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus. Arvusüsteemid (kahendsüsteemi näitel). Ratsionaal- ja irratsionaalavaldised. Arvu n -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Tehted astmete ja juurtega.

3.3. II kursus „Võrrandid ja võrrandisüsteemid”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab võrduse, samasuse ja võrrandi, võrrandi lahendi, võrrandi- ja võrratusesüsteemi lahendi ning lahendihulga mõistet;
- 2) selgitab võrrandite ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi
- 3) lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut-, murd- ja lihtsamaid juurvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
- 4) lahendab lihtsamaid üht absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid;
- 5) lahendab võrrandisüsteeme;
- 6) lahendab tekstülesandeid võrrandite (võrrandisüsteemide) abil;
- 7) kasutab arvutialgebra programmi determinante arvutades ning võrrandeid ja võrrandisüsteeme lahendades.

Õppesisu

Võrdus, võrrand, samasus. Võrrandite samaväärsus, samaväärsusteisendused. Lineaar-, ruut-, murd- ja juurvõrrandid ning nendeks taanduvad võrrandid. Üht absoluutväärtust sisaldav võrrand. Võrrandisüsteemid, kus vähemalt üks võrranditest on lineaarvõrrand. Kahe- ja kolmerealine determinant. Tekstülesanded.

3.4. III kursus „Võrratused. Trigonomeetria I”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab võrratuse omadusi ning võrratuse ja võrratusesüsteemi lahendihulga mõistet;
- 2) selgitab võrratuste ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
- 3) lahendab lineaar-, ruut- ja murdvõrratuse ning lihtsamaid võrratusesüsteeme;
- 4) kasutab arvutit, lahendades võrratuse ja võrratusesüsteeme;
- 5) leiab taskuarvutil teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
- 6) lahendab täisnurkse kolmnurga;
- 7) kasutab täiendusnurga trigonomeetrilisi funktsioone;
- 8) kasutab lihtsustamisülesannetes trigonomeetria põhiseoseid.

Õppesisu

Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaarvõrratused. Ruutvõrratused. Intervallmeetod. Lihtsamad murdvõrratused. Võrratusesüsteemid. Teravnurga siinus, koosinus ja tangens. Täiendusnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised põhiseosed täisnurkses kolmnurgas.

3.5. IV kursus „Trigonomeetria II”**Õpitulemused****Kursuse lõpul õpilane:**

- 1) teisendab kraadimõõdu radiaanmõõduks ja vastupidi;
- 2) arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
- 3) defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi; tuletab siinuse, koosinuse ja tangensi vahelisi seoseid;
- 4) tuletab ja teab mõningate nurkade 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° siinuse, koosinuse ja tangensi täpseid väärtusi; rakendab taandamisvalemeid, negatiivse ja täispöördest suurema nurga valemeid;
- 5) leiab taskuarvutil trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
- 6) teab kahe nurga summa ja vahe valemeid; tuletab ning teab kahekordse nurga siinuse, koosinuse ja tangensi valemeid;
- 7) teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldiseid;
- 8) tõestab siinus- ja koosinusteoreemi;
- 9) lahendab kolmnurga ning arvutab kolmnurga pindala;
- 10) rakendab trigonomeetria, lahendades erinevate eluvaldkondade ülesandeid.

Õppesisu

Nurga mõiste üldistamine. Nurga kraadi- ja radiaanmõõt. Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Nurkade 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtused. Seosed ühe ja sama nurga trigonomeetriliste funktsioonide vahel. Taandamisvalemid. Negatiivse ja täispöördest suurema nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Kahe nurga summa ja vahe trigonomeetrilised funktsioonid. Kahekordse nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised avaldised. Ringjoone kaare pikkus, ringi sektori pindala. Kolmnurga pindala valemid. Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga lahendamine. Rakendusülesanded.

3.6. V kursus „Vektor tasandil. Joone võrrand”**Õpitulemused****Kursuse lõpul õpilane:**

- 1) selgitab mõisteid vektor, ühik-, null- ja vastandvektor, vektori koordinaadid, kahe vektori vaheline nurk;
- 2) liidab, lahutab ja korrutab vektoreid arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul;
- 3) arvutab kahe vektori skalaarkorrutise ning rakendab vektoreid füüsikalise sisuga ülesannetes;
- 4) kasutab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;
- 5) lahendab kolmnurka vektorite abil;
- 6) leiab lõigu keskpunkti koordinaadid;
- 7) tuletab ja koostab sirge võrrandi (kui sirge on määratud punkti ja sihivektoriga, punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga ning teisendab selle üldvõrrandiks; määrab kahe sirge vastastikuse asendi tasandil, lõikuvate sirgete korral leiab sirgete lõikepunkti ja nurga sirgete vahel;
- 8) koostab hüperbooli, parabooli ja ringjoone võrrandi; joonestab ainekavas esitatud jooni nende võrrandite järgi; leiab kahe joone lõikepunktid.

Õppesisu

Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Vektorite võrdsus. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektorite liitmine ja lahutamine. Vektori korrutamine arvuga. Lõigu keskpunkti koordinaadid. Kahe vektori vaheline nurk. Vektorite kollineaarsus. Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi, vektorite ristseis. Kolmnurkade lahendamine vektorite abil. Sirge võrrand. Sirge üldvõrrand. Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Ringjoone võrrand. Parabool $y=ax^2+bx+c$ ja hüperbool $y=xa$. Joone võrrandi mõiste. Kahe joone lõikepunkt.

3.7. VI kursuse „Tõenäosus, statistika”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust ning selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet, liike ja omadusi;
- 2) selgitab permutatsioonide, kombinatsioonide ja variatsioonide tähendust ning leiab nende arvu;
- 3) selgitab sõltuvate ja sõltumatute sündmuste korrutise ning välistavate ja mittevälistavate sündmuste summa tähendust;
- 4) arvutab erinevate, ka reaalse eluga seotud sündmuste tõenäosusi;
- 5) selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvarakteristikute (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve) tähendust, kirjeldab binoom- ja normaal-jaotust; kasutab Bernoulli valemit tõenäosust arvutades;
- 6) selgitab valimi ja üldkogumi mõistet, andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust;
- 7) arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvarakteristikuid ning teeb nende alusel järeldusi jaotuse või uuritava probleemi kohta;
- 8) leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna;
- 9) kogub andmestiku ja analüüsib seda arvutil statistiliste vahenditega.

Õppesisu

Permutatsioonid, kombinatsioonid ja variatsioonid. Sündmus. Sündmuste liigid. Klassikaline tõenäosus. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Geomeetriline tõenäosus. Sündmuste liigid: sõltuvad ja sõltumatud, välistavad ja mittevälistavad. Tõenäosuste liitmine ja korrutamine. Bernoulli valem. Diskreetne ja pidev juhuslik suurus, binoomjaotus, jaotuspolügoon ning arvarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, dispersioon, standardhälve).

Rakendusülesanded. Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Korrelatsiooniväli. Lineaarne korrelatsioonikordaja. Normaali-jaotus (näidete varal). Statistilise otsustuse usaldatavus keskväärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötluse projekt, mis realiseeritakse arvutiga (soovitavalt koostöös mõne teise õppeainega)

3.8. VII kursus „Funktsioonid I. Arvjadad”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni uurimisega seonduvaid mõisteid;
- 2) kirjeldab graafiliselt esitatud funktsioonide omadusi; skitseerib graafikuid ning joonestab neid arvutiprogrammidega;
- 3) selgitab pöördfunktsiooni mõistet, leiab lihtsama funktsiooni pöördfunktsiooni ning skitseerib või joonestab vastavad graafikud;
- 4) esitab liitfunktsiooni lihtsamate funktsioonide kaudu;
- 5) leiab valemiga esitatud funktsiooni määramispiirkonna, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonna algebraliselt; kontrollib, kas funktsioon on paaris või paaritu;
- 6) uurib arvutiga ning kirjeldab funktsiooni $y = f(x)$ graafiku seost funktsioonide $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = f(ax)$, $y = a f(x)$ graafikutega;
- 7) selgitab arvjada, aritmeetilise ja geomeetrilise jada ning hääbuva geomeetrilise jada mõistet;
- 8) tuletab aritmeetilise ja geomeetrilise jada esimese n liikme summa ja hääbuva geomeetrilise jada summa valemid ning rakendab neid ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme valemeid ülesandeid lahendades;
- 9) selgitab jada piirväärtuse olemust ning arvutab piirväärtuse; teab arvude π ja e tähendust;
- 10) lahendab elulisi ülesandeid aritmeetilise, geomeetrilise ning hääbuva geomeetrilise jada põhjal.

Õppesisu

Funktsioonid $y=ax+b$, $y=ax^2+bx+c$, $y=xa$ (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Astmefunktsioon. Funktsioonide $y=x$, $y=x^2$, $y=x^3$, $y=x-1$, $y=x$, $y=3x$, $y=x-2$, $y=|x|$ graafikud ja omadused. Liitfunktsioon. Pöördfunktsioon. Funktsioonide $y = f(x)$, $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = f(ax)$, $y = af(x)$ graafikud arvutil. Arvjada mõiste, jada üldliige, jadade liigid. Aritmeetiline jada, selle omadused. Aritmeetilise jada üldliikme valem ning esimese n liikme summa valem. Geomeetiline jada, selle omadused. Geomeetrilise jada üldliikme valem ning esimese n liikme summa valem. Arvjada piirväärtus. Piirväärtuse arvutamine. Hääbuv geomeetiline jada, selle summa. Arv e piirväärtusena. Ringjoone pikkus ja ringi pindala piirväärtusena, arv π . Rakendusülesanded.

3.9. VIII kursus „Funktsioonid II”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust;
- 2) lahendab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise ülesandeid;
- 3) kirjeldab eksponentfunktsiooni, sh funktsiooni $y = ex$ omadusi;
- 4) selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi; logaritmit ning potentseerib lihtsamaid avaldusi;

- 5) kirjeldab logaritmfunktsiooni ja selle omadusi;
- 6) joonestab eksponent- ja logaritmfunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
- 7) lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritm võrrandeid ning -võrratusi;
- 8) kasutab eksponent- ja logaritmfunktsioone reaalse elu nähtusi modelleerides ning uurides.

Õppesisu

Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Eksponentfunktsioon, selle graafik ja omadused. Arvu logaritm. Korrutise, jagatise ja astme logaritm. Logaritmimine ja potentseerimine. Üleminek logaritmi ühelt aluselt teisele. Logaritmfunktsioon, selle graafik ja omadused. Eksponent- ja logaritm võrrand, nende lahendamine. Rakendusülesandeid eksponent- ja logaritm võrrandite kohta. Eksponent- ja logaritm võrratus.

3.10. IX kursus „Funktsiooni piirväärtus ja tuletis”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni perioodilisuse mõistet ning siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni mõistet;
- 2) joonestab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
- 3) leiab lihtsamate trigonomeetriliste võrrandite üldlahendid ja erilahendid etteantud piirkonnas, lahendab lihtsamaid trigonomeetrilisi võrratusi;
- 4) selgitab funktsiooni piirväärtuse ja tuletise mõistet ning tuletise füüsikalist ja geomeetrilist tähendust;
- 5) tuletab funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletise leidmise eeskirjad ning rakendab neid;
- 6) leiab funktsiooni esimese ja teise tuletise.

Õppesisu

Funktsiooni perioodilisus. Siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafik ning omadused. Mõisted $\arcsin m$, $\arccos m$, $\arctan m$. Lihtsamad trigonomeetrilised võrrandid. Funktsiooni piirväärtus ja pidevus. Argumendi muut ja funktsiooni muut. Hetkkiirus. Funktsiooni graafiku puutuja tõus. Funktsiooni tuletise mõiste. Funktsiooni tuletise geomeetriline tähendus. Funktsioonide summa ja vahe tuletis. Kahe funktsiooni korrutise tuletis. Astmefunktsiooni tuletis. Kahe funktsiooni jagatise tuletis. Liitfunktsiooni tuletis. Funktsiooni teine tuletis. Trigonomeetriliste funktsioonide tuletised. Eksponent- ja logaritmfunktsiooni tuletis. Tuletiste tabel.

3.11. X kursus „Tuletise rakendused”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi;
- 2) selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletise märgiga, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja;
- 3) leiab funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud, ekstreemumid; funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud ning käänupunkti;
- 4) uurib funktsiooni täielikult ja skitseerib funktsiooni omaduste põhjal graafiku;
- 5) leiab funktsiooni suurima ja vähima väärtuse etteantud lõigul;
- 6) lahendab rakenduslikke ekstreemumülesandeid (sh majandussisuga).

Õppesisu

Puutuja tõus. Joone puutuja võrrand. Funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemik; funktsiooni ekstreemum; ekstreemumi olemasolu tarvilik ja piisav tingimus. Funktsiooni suurim ja vähim väärtus lõigul. Funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemik, käänupunkt. Funktsiooni uurimine tuletise abil. Funktsiooni graafiku skitseerimine funktsiooni omaduste põhjal. Funktsiooni tuletise kasutamise rakendusülesandeid. Ekstreemumülesanded.

3.12. XI kursus „Integraal. Planimeetria kordamine”**Õpitulemused****Kursuse lõpul õpilane:**

- 1) selgitab algfunktsiooni mõistet ning leiab lihtsamate funktsioonide määramata integraale põhiintegraalide tabeli, integraali omaduste ja muutuja vahetuse järgi;
- 2) selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali leides;
- 3) arvutab määratud integraali abil kõvertrapetsi pindala, mitmest osast koosneva pinnatüki ja kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala ning lihtsama pöördkeha ruumala;
- 4) selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel; uurib arvutiga geomeetriliste kujundite omadusi ning kujutab vastavaid kujundeidjoonisel;
- 5) selgitab kolmnurkade kongruentsuse ja sarnasuse tunnuseid, sarnaste hulknurkade omadusi ning kujundite übermõõdu ja ruumala arvutamist;
- 6) lahendab planimeetria arvutusülesandeid ja lihtsamaid tõestusülesandeid;
- 7) kasutab geomeetrilisi kujundeid kui mudeleid ümbritseva ruumi objektide uurimisel.

Õppesisu

Algfunktsiooni ja määramata integraali mõiste. Integraali omadused. Muutuja vahetus integreerimisel. Kõvertrapets, selle pindala piirväärtusena. Määratud integraal, Newtoni-Leibnizi valem. Integraali kasutamine tasandilise kujundi pindala, hulktahuka pöördkeha ruumala ning töö arvutamisel. Kolmnurk, selle sise- ja välisnurk, kolmnurga sisenurga poolitaja, selle omadus. Kolmnurga sise- ja ümberringjoon. Kolmnurga mediaan, mediaanide omadus. Kolmnurga kesklõik, selle omadus. Meetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas. Hulknurk, selle liigid. Kumera hulknurga sisenurkade summa. Hulknurkade sarnasus. Sarnaste hulknurkade übermõõtude suhe ja pindalade suhe. Hulknurga sise- ja ümberringjoon. Rööpkülik, selle eriliigid ja omadused. Trapets, selle liigid. Trapetsi kesklõik, selle omadused. Kesknurk ja piirdenurk. Thalesi teoreem. Ringjoone lõikaja ning puutuja. Kõõl- ja puutujahulknurk. Kolmnurga pindala. Rakenduslikud geomeetriaülesanded.

3.13. XII kursus „Geomeetria I”**Õpitulemused****Kursuse lõpul õpilane:**

- 1) kirjeldab punkti koordinaate ruumis;
- 2) selgitab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist;
- 3) tuletab sirge ja tasandi võrrandid ning kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid;
- 4) arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ja kahe vektori vahelise nurga;
- 5) koostab sirge ja tasandi võrrandeid;
- 6) määrab võrranditega antud kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikuse asendi ning arvutab nurga nende vahel;

7) kasutab vektoreid geomeetrilise ja füüsikalise sisuga ülesandeid lahendades.

Õppesisu

Stereomeetria asendilauseid: nurk kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahel, sirgete ja tasandite ristseis ning paralleelsus, kolme ristsirge teoreem, hulknurga projektsiooni pindala. Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid ruumis, punkti kohavektor. Vektori koordinaadid ruumis, vektori pikkus. Lineaartehted vektoritega. Vektorite kollineaarsus ja komplanaarsus, vektori avaldamine kolme mis tahes mittekomplanaarse vektori kaudu. Kahe vektori skalaarkorrutis. Kahe vektori vaheline nurk. Sirge võrrandid ruumis, tasandi võrrand. Võrranditega antud sirgete ja tasandite vastastikuse asendi uurimine, sirge ja tasandi lõikepunkt, võrranditega antud sirgete vahelise nurga leidmine. Rakendusülesanded.

3.14. XIII kursus „Geomeetria II”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) kirjeldab hulktahukate ja pöördkehade liike ning nende pindalade arvutamise valemeid;
- 2) tuletab silindri, koonuse või kera ruumala valemi;
- 3) kujutab joonisel prismat, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
- 4) arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala;
- 5) kasutab hulktahukaid ja pöördkehi kui mudeleid ümbritseva ruumi objekte uurides.

Õppesisu

Prisma ja püramiid, nende pindala ja ruumala, korrapärased hulktahukad. Pöördkehad; silinder, koonus ja kera, nende pindala ja ruumala, kera segment, kiht, vöö ja sektor. Ülesanded hulktahukate ja pöördkehade kohta. Hulktahukate ja pöördkehade lõiked tasandiga. Rakendusülesanded.

3.15. XIV kursus „Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust;
- 2) tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone;
- 3) kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduse olulisemaid mudeleid ning meetodeid;
- 4) lahendab tekstülesandeid võrrandite abil;
- 5) märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid;
- 6) koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks;
- 7) kasutab tasku- ja personaalarvutit ülesannete lahendamisel.

Õppesisu

Matemaatilise mudeli tähendus, nähtuse modelleerimise etapid, mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine. Tekstülesannete (sh protsentülesannete) lahendamine võrrandite kui ülesannete matemaatiliste mudelite koostamise ja lahendamise abil. Lineaar-, ruut- ja eksponentfunktsioone rakendavad mudelid loodus- ning majandusteaduses, tehnoloogias ja mujal (nt füüsikaliste suuruste seosed, orgaanilise kasvamise mudelid bioloogias, nõudlus- ja pakkumisfunktsioonid ning marginaalfunktsioonid majandusteaduses, materjalikulu arvutused tehnoloogias jne). Kursuse käsitlus tugineb arvutusvahendite kasutamisele (tasku- ja personaalarvutid).

4. Valikkursus „Loogika”

4.1. Õppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) on omandanud ülevaate loogika ajaloolisest arengust ja mõningatest kasutusvaldkondadest;
- 2) defineerib õigesti mõisteid ja oskab parandada vigaseid definitsioone;
- 3) mõistab tõestamise vajalikkust ning oskab kasutada vastavaid matemaatilisi vahendeid;
- 4) määrab lause tõeväärtust (teades komponentlausete tõeväärtusi) komponentlausete tõeväärtuste järgi;
- 5) selgitab, kuidas tekivad paradoksid.

4.2. Kursuse lühikirjeldus

Kursuses sisalduvad mõisted, mis on õpilasele tuttavad juba põhikoolist (definitsioon, teoreem, eeldus, väide), kuid lisanduvad ka uued mõisted (teoreemide liigid, kvantorid, laused, paradoksid). Tähelepanu pööratakse matemaatilise teksti esitamisele kvantorite abil ning lihtsamate lausete tõeväärtuse määramisele. Analüüsitakse tuntumaid paradokse ja uuritakse, kuidas paradoksid tekivad.

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) määrab mõiste sisu ja mahtu ning liigitab mõisteid;
- 2) defineerib mõisteid, leiab etteantud definitsioonides ebatäpsusi ja vigu;
- 3) eraldab teoreemist eelduse ja väite ning moodustab antud teoreemi järgi pöördteoreemi, vastandteoreemi ja pöördvastandteoreemi ning tõestab teoreemi;
- 4) kasutab matemaatilist teksti kirjutades kvantoreid;
- 5) teeb tehteid lausetega ning määrab lause tõeväärtust;
- 6) selgitab paradokside teket.

Õppesisu

Mida õpetab loogika? Ajalooline taust. Mõiste. Mõiste defineerimine ja liigitamine. Otsustus. Loogikalause. Lause tõeväärtus. Tehted lausetega. Eitus. Disjunktsioon ja konjunktsioon. Implikatsioon. Ekvivalents. Liitlaused, nende tõeväärtuse leidmine tabeli meetodiga. Loogikaseadusi. Eituse eitus. Vasturääkivuse seadus. Välistatud kolmanda seadus. Järelduvusseos. Tõestamine. Aksiom. Teoreem. Pöördteoreem. Vastandteoreem. Pöördvastandteoreem. Vastuväiteline tõestus. Tarvilikud ja piisavad tingimused. Paradoksid.

5. Valikkursus „Majandusmatemaatika elemendid”

5.1. Õppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab ettekujutuse teda ümbritseva majandusmaailma toimimist kirjeldavatest põhilistest matemaatilistest mudelitest ja nende rakendamise viisidest;
- 2) oskab kasutada matemaatikat mõistlike otsuste langetamiseks oma majanduskäitumises.

20

5.2. Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

- 1) protsentarvutuse rakendused majandusülesandeid lahendades (indeksid, maksustamine, hindade kujunemine, valuutaga seotud arvutused);
- 2) majandusprotsesside modelleerimine funktsioonide abil (nõudlus, pakkumine, kulu, tulu, puhastulu, reklaamitulu, kauba tellimine);
- 3) finantsmatemaatika alused (intressid, viivised, laenud).

5.3. Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab hinnaindeksite tähendust ja arvutamist kui protsentarvutuse üht rakendust;
- 2) kasutab protsentarvutust hinnaindeksite, sealhulgas tarbijahinnaindeksite arvutamiseks ja tõlgendamiseks;
- 3) selgitab põhiliste maksuliikide tähendust (tulu-, sotsiaal-, käibe-, aktsiisimaks jt) ja arvutuskäike kui protsentarvutuse rakendusi;
- 4) kasutab protsentarvutust palgakulude ja kauba hinna kujunemise selgitamisel ning leidmisel (lihtsamad juhud);
- 5) selgitab raha ja valuutaga seotud põhilisi mõisteid (kurss, konverteerimine, inflatsioon, reaalpalk) ning oskab neid lihtsamatel juhtudel leida ja arvutada;
- 6) selgitab funktsioonide kasutamist nõudluse, pakkumise, turutasakaalu, kulu, tulu ja puhastulu ning reklaamitulu modelleerimiseks, oskab neid mudeleid (eelkõige lineaarseid mudeleid) lihtsamatel juhtudel koostada ja rakendada;
- 7) selgitab liht- ja liitintressi mõistet ning oskab neid rakendada hoiustamise ja laenamisega seotud olukordade ohjamiseks (arvete tasumine, viivised, hoiuste tulusus, laenude kulukus ja kustutamine õppelaenu ja eluasemelaenu näitel).

5.4. Õppesisu

Protsentarvutuse põhiülesanded. Indeksid. Tarbijahinnaindeks. Põhilised maksud, nende arvutamine (tulu-, sotsiaal-, käibe- ja aktsiisimaksu näitel). Palgakulud. Kauba hinna kujunemine. Valuuta kurss ja konverteerimine. Inflatsiooni arvutamine tarbijahinnaindeksi abil. Reaalpalk. Nõudlus- ja pakkumise funktsioonid. Turutasakaal. Kulu-, tulu- ja puhastulufunktsioonid. Reklaami-tulu funktsioon. Liht- ja liitintress. Arved ja viivised. Hoiuste tulusus. Laenude kulukus eluaseme ja õppelaenu näitel.

6. Valikkursus „Arvuteooria elemendid I”

6.1. Õppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab parema ettekujutuse täisarvude esitusest kümnendsüsteemis, arvude seostest, põhitulemustest ning tõestusvõtetest, mis on tänapäeval olulised arvutiteaduses ja teistes eluvaldkondades;
- 2) mõistab ja suudab kasutada põhilisi tõestusmeetodeid, tõestades põhitulemusi ning lahendades ülesandeid;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

6.2. Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb neljast põhivaldkonnast:

- 1) täisarvu esitus kümnendsüsteemis;
- 2) täisarvude jaguvus, jääkide aritmeetika;
- 3) alg- ja kordarvud, aritmeetika põhiteoreem;
- 4) eriliste omadustega arvude klassid.

6.3. Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) kasutab ülesandeid lahendades täisarvu sobivat esitust kümnendsüsteemis (järk)arvude summana;
- 2) defineerib täisarvude jaguvuse mõistet ja tõestab jaguvusseose põhiomadusi;
- 3) kasutab jaguvuse põhiomadusi jaguvustunnuseid tuletades ja klassikalisi (tõestus)-ülesandeid lahendades;
- 4) defineerib jäägiga jagamise mõistet ja tõestab jääkide aritmeetika põhilauseid;
- 5) kasutab jääkide aritmeetikat klassikalisi (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 6) defineerib alg- ja kordarvu ning kahe täisarvu suurima ühisteguri ja vähima ühiskordse mõistet;
- 7) sõnastab (võimaluse korral tõestab) aritmeetika põhiteoreemi ning kasutab seda (tõestus)-ülesandeid lahendades;
- 8) selgitab algoritme täisarvude suurima ühisteguri ja vähima ühiskordse leidmiseks ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 9) esitab ülevaate mõne nn huvitavate arvude klassi kuuluva arvude liigi (nt kolmnurkarvude, sõbralike arvude jm) päritolust ning omadustest.

6.4. Õppesisu

Täisarvude esitus kümnendsüsteemis: täisarvu esitus (järk)arvude summana. Täisarvu ja selle astmete kümnendesituse viimased numbrid. Täisarvude jaguvus ja jääkide aritmeetika. Jaguvus. Jaguvusseose omadused. Jäägiga jagamine. Jaguvustunnused. Arvude kordsed ja tegurid. Alg- ja kordarvud. Suurim ühistegur, vähim ühiskordne. Aritmeetika põhiteoreem. Huvitavad arvud. Hulknurkarvud, täiuslikud ja sõbralikud arvud jm.

7. Valikkursus „Arvuteooria elemendid II”**7.1. Õppe-eesmärgid****Valikkursusega taotletakse, et õpilane:**

- 1) saab parema ettekujutuse tänapäeval kasutatavate arvusüsteemide ülesehitamise erinevatest võimalustest ja printsiipidest ning arvutiteaduses rakendust leidnud arvuteooria alus-mõistetest ja põhitulemustest;
- 2) mõistab ning suudab kasutada erinevaid tõestusmeetodeid, tõestades tulemusi ja lahendades tõestusülesandeid;
- 3) arendaks loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

7.2. Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb viiest põhivaldkonnast:

- 1) matemaatilise induktsiooni printsiip;
- 2) kongruentsid;
- 3) arvusüsteemid;
- 4) ratsionaalarvude kanooniline esitus;
- 5) Eukleidese algoritm.

7.3. Õpitulemused**Kursuse lõpul õpilane:**

- 1) selgitab matemaatilise induktsiooni printsiibi olemust ja rakendusvõimalusi ning kasutab matemaatilise induktsiooni printsiipi erineva raskusastmega (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 2) defineerib täisarvude jäägivõrdsuse ehk kongruentsuse mooduli järgi ning tõestab kongruentside põhiomadusi;
- 3) rakendab kongruentse (tõestus)ülesandeid lahendades;

- 4) selgitab arvusüsteemide ülesehituse erinevaid printsiipe ja toob ajaloolisi näiteid erinevate süsteemide kohta;
- 5) teisendab kümnendsüsteemi arve mõne teise alusega süsteemi arvudeks ja vastupidi, teeb tehteid kümnest erineva alusega süsteemi arvudega;
- 6) esitab naturaalarvu kanoonilisel kujul ning leiab selle arvu kõigi positiivsete jagajate arvu ja jagajate summa;
- 7) teab ratsionaalarvu esituse taandumatu murruna ja kanoonilisel kujul ning kasutab neid ülesandeid lahendades;
- 8) kasutab Eukleidese algoritmi täisarvude suurima ühisteguri leidmisel ja ratsionaalarvu esitamisel ahelmurruna;
- 9) lahendab kahe tundmatuga lineaarseid diofantilisi võrrandeid.

7.4. Õppesisu

Matemaatilise induktsiooni printsiip: printsiip ja selle rakendused ülesandeid lahendades. Kongruentsid: täisarvude kongruentsus mooduli järgi. Kongruentside põhiomadused. Kongruentside kasutamine arvuteooria (tõestus)ülesannetes. Arvusüsteemid: positsioonilised ja mittepositsioonilised arvusüsteemid. Näiteid erinevate alustega arvusüsteemide ja nende ülesehituse printsiipide kohta. Kanooniline esitus: positiivse täisarvu kanooniline esitus ja rakendused. Ratsionaalarvu esitus taandumatu murruna ning kanooniline esitus. Eukleidese algoritm: suurima ühisteguri leidmine. Lineaarsete kahe muutujaga diofantiliste võrrandite lahendamine. Ratsionaalarvu esitus ahelmurruna.

8. Valikkursus „Diskreetse matemaatika elemendid I”

8.1. Õppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane

- 1) saab ettekujutuse tänapäeval kiiresti areneva ja olulise matemaatika valdkonna, nn diskreetse matemaatika probleemidest ning nende esmastest lahendusmeetoditest (nende seas Dirichlet' printsiip, invariantid);
- 2) oskab kasutada diskreetsele matemaatikale omaseid põhjendamise ja tõestamise võtteid lihtsamaid (tõestus)ülesandeid lahendades ning vormistada korrektselt lahendusi;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

8.2. Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

- 1) loogikaülesanded;
- 2) Dirichlet' printsiip;
- 3) invariantide meetod.

8.3. Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) lahendab õppesisus loetletud lihtsamaid loogika tüüpülesandeid, kasutades vajaduse korral sobivalt valitud tabelleid, skeeme ja jooniseid;
- 2) sõnastab Dirichlet' printsiibi ja tõestab seda vastuväiteliselt;
- 3) rakendab Dirichlet' printsiipi ja selle üldistust sõnalisi ning arvudega seotud lihtsamaid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 4) sõnastab Dirichlet' printsiibi analoogi geomeetrias ja kasutab seda lihtsamaid planimeetriaülesandeid lahendades;
- 5) kasutab Dirichlet' printsiipi tasandi osade värvimisega seotud lihtsamaid (tõestus)-ülesandeid lahendades;

- 6) selgitab invariantide meetodi olemust ja oskab nimetada mõningaid täisarvudega seotud invariante (nt paarsus, arvude summad, korrutised, jäägid);
- 7) lahendab lihtsamaid ülesandeid mängudest ja arvude tabelitest, valides sobiva invariandi.

8.4. Õppesisu

Loogikaülesanded (hulkade elementide vahelise vastavuse leidmine): kes-on-kes-tüüpi ülesanded, ülesandeid tõerääkijate ja luiskajate määramiseks ning kaalumistest ja valamistest. Dirichlet' printsiip: printsiibi olemus ja selle (vastuväiteline) tõestus. Printsiibi üldistus. Printsiibi rakendamine sõnalisi ja arvuteooria ülesandeid lahendades. Dirichlet' printsiibi analoog geomeetrias ning selle rakendamine lihtsamaid geomeetria- ja värvimisülesandeid lahendades. Invariandid: paarsuse ja muude täisarvudega seotud invariantide kasutamine mängudega ja arvude tabelitega seotud lihtsamates ülesannetes.

9. Valikkursus „Diskreetse matemaatika elemendid II”

9.1. Õppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab ettekujutuse tänapäeval kiiresti areneva ja olulise diskreetse matemaatika kahe valdkonna kombinatoorika ja graafide teooria lihtsamatest probleemidest ja nende lahendusmeetoditest;
- 2) oskab kasutada diskreetsele matemaatikale omaseid põhjendamis- ja tõestusvõtteid (tõestus)ülesandeid lahendades ning vormistada korrektselt lahendusi;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

9.2. Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

- 1) matemaatiline induktsioon;
- 2) kombinatoorika elemendid;
- 3) sissejuhatus graafiteooriasse.

9.3. Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) sõnastab matemaatilise induktsiooni printsiibi klassikalise variandi (sammuga 1) ning selgitab induktsiooni aluse (baasi) ja sammu tähtsust;
- 2) kasutab matemaatilise induktsiooni printsiipi erineva raskusastmega (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 3) sõnastab kombinatoorika põhireeglid (liitmis- ja korrutamise reegli) ja selgitab nende olemust ning kasutab (tõestus)ülesande kontekstile vastavat põhireeglit objekti valikuvõimaluste arvutamiseks;
- 4) defineerib kordumisteta ühendid (permutatsioonid, variatsioonid ja kombinatsioonid) ja tuletab nende arvu leidmise valemid ning kasutab neid ülesande kontekstist lähtuvalt (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 5) selgitab kordumistega ühendite (permutatsioonide, variatsioonide ja kombinatsioonide) mõisteid ning kasutab nende arvutamise valemid lihtsamaid ülesandeid lahendades;
- 6) tunneb graafi mõistet ning sellega seotud põhimõisteid ja võtteid (serv, tipp, tipu aste, servade loendamine), lahendab sellekohaseid ülesandeid;
- 7) sõnastab ja tõestab teoreemi graafi paarituarvuliste tippude arvust ning kasutab seda lihtsamaid ülesandeid lahendades;
- 8) tunneb graafide liike (Euleri graaf, sidus graaf, puu, orienteeritud graaf) ning lahendab lihtsamaid ülesandeid;

- 9) sõnastab tarviliku ja piisava tingimuse selleks, et graaf oleks Euleri graaf, ning lahendab selle tingimuse abil lihtsamaid ülesandeid;
- 10) kirjeldab mõnda kursuse temaatikaga seotud ajaloolist probleemi või tutvustab mõistete lisamise ja tulemuste tõestamisega seotud persoone.

9.4. Õppesisu

Matemaatilise induktsiooni printsiip: printsiip, induktsiooni alus ja samm. Ülesannete lahendamine matemaatilise induktsiooni printsiipi kasutades. Kombinatorika elemendid: liitmis- ja korrutamise reegel. Kordumisteta permutatsioonid, variatsioonid ja kombinatsioonid ning nende omadused. Liitmis- ja korrutamise reeglite rakendamine ülesandele lahendamiseks. Kordumistega permutatsioonid, variatsioonid ja kombinatsioonid. Sissejuhatus graafiteooriasse: graafi tipp, serv. Servade loendamine, tipu aste. Teoreem: suvalises graafis on paarisarv paaritu astmega tippe. Euleri graaf. Sidus graaf. Mittesidusa graafi sidususkomponendid. Tarvilik ja piisav tingimus selleks, et graaf oleks Euleri graaf. Puu. Samaväärsed tingimused selleks, et graaf oleks puu. Orienteeritud graaf.

10. Valikkursus „Planimeetria I. Kolmnurkade ja ringide geomeetria”

10.1. Õppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) tunneb kolmnurkade ja ringide geomeetria alusmõisteid ja põhitulemusi ning valdab nende tõestamise põhimeetodeid (paralleelsus, kongruentsus, sarnasus, piirdenurkade meetod);
- 2) oskab kasutada õpitud meetodeid klassikalisi sünteetilise geomeetria tüüpülesandeid lahendamiseks ning teha korrektseid jooniseid;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

10.2. Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

- 1) paralleelsed sirged;
- 2) kolmnurkade kongruentsus ja sarnasus;
- 3) ringjoonega seotud nurgad ja lõigud, ringjoonte lõikumine ning puutumine.

10.3. Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) defineerib sirgete paralleelsuse mõistet, sõnastab paralleelsuse tunnused ja tõestab neid;
- 2) kasutab paralleelsuse tunnuseid ja kiirteteoreemi, lahendades tüüpülesandeid ning (tõestus)-ülesandeid;
- 3) defineerib kolmnurkade võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse mõisted, sõnastab võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse tunnused ning tõestab neid tunnuseid;
- 4) oskab kasutada kongruentsuse ja sarnasuse meetodeid (tõestus)ülesandeid lahendamiseks;
- 5) sõnastab ja tõestab teoreemi täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust tõmmatud kõrgusest ja selle järeldused (Pythagorase, Eukleidese ja kõrguse teoreemid) ning Pythagorase teoreemi pöördteoreemi;
- 6) selgitab kolmnurkade võrdsuse ja kolmnurkade pindvõrdsuse mõiste erinevust ning lahendab sellekohaseid ülesandeid;
- 7) teab kolmnurga võrratusi ja kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendamiseks;
- 8) teab põhitulemusi piirdenurga ning ringjoone kõõlu ja puutuja vahelise nurga suuruse kohta ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendamiseks;
- 9) sõnastab ja tõestab teoreemid ringjoone kahest kõõlust, lõikajast, puutujast ning lõikajast ja puutujast ning kasutab tulemusi (tõestus)ülesandeid lahendamiseks;

10) lahendab lihtsamaid (tõestus)ülesandeid ringjoonte lõikumise ja puutumise kohta.

10.4. Õppesisu

Paralleelsed sirged. Sirgete paralleelsus. Sirgete paralleelsuse tunnused. Kiirteteoreem. Ajalooline ülevaade sirgete paralleelsuse küsimusest (nn paralleelide aksioomi küsimus). Kolmnurk. Kolmnurkade võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse definitsioonid ning tunnused. Teoreem täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust tõmmatud kõrgusest ja selle järeldused (Pythagorase, Eukleidese ja kõrguse teoreem). Pythagorase teoreemi pöördteoreem. Kolmnurkade pindvõrdsus. Kolmnurga võrratus. Ring, ringjoon. Kesk- ja piirdenurgad. Piirdenurga suurus. Thalese teoreem. Nurk kõõlu ja puutuja vahel. Teoreemid ringjoone kahest kõõlust, kahest lõikajast ning puutujast ja lõikajast. Ühest punktist ringjoonele tõmmatud puutujalõikude võrdsus. Punkti potents ringjoone suhtes. Kahe ringjoone sisemine (välimine) puutumine.

11. Valikkursus „Planimeetria II. Hulknurkade ja ringide geomeetria”

11.1. Õppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) tunneb hulknurkade ja ringide geomeetria alusmõisteid ja põhitulemusi ning valdab nende tõestamise põhimeetodeid (paralleelsus, kongruentsus, sarnasus, piirdenurkade meetod, lisakonstruksioonide meetod);
- 2) oskab loovalt kasutada õpitud meetodeid sünteetilise geomeetria (tõestus)ülesandeid lahendades ning teha korrektseid lihtsamaid jooniseid sirkli ja joonlauaga ja/või arvutiga, kasutades mõnda dünaamilise geomeetria programmi;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

11.2. Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb neljast põhivaldkonnast:

- 1) hulknurkade (nelinurkade) liigitus ja põhiomadused;
- 2) kõõlnelinurk;
- 3) kolmnurgaga seotud lõigud (kesklõigud, mediaanid, nurgapoolitajad, kõrgused, keskrist-sirged) ja ringjooned (sise- ja ümberringjoon);
- 4) konstruktsioonülesanded.

11.3. Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) tuletab valemid hulknurga sise- ja välisnurkade summa ning diagonaalide arvu leidmiseks ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 2) defineerib hulknurkade võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse mõisted ning kasutab kongruentsuse ja sarnasuse meetodeid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 3) tunneb nelinurkade (ruut, ristkülik, romb, rööpkülik, trapets) definitsioone ja omadusi ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 4) sõnastab ja tõestab tarvilikke ja piisavaid tingimusi selleks, et nelinurk oleks kõõlnelinurk, kasutab kõõlnelinurkade meetodit (tõestus)ülesandeid lahendades ning nelja punkti ühel ringjoonel asumist põhjendades;
- 5) defineerib kolmnurgaga seotud lõikude (kesklõik, mediaan, nurgapoolitaja, kõrgus, keskristsirge) mõisted ja tõestab nende põhiomadusi ning kasutab saadud tulemusi (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 6) kasutab erinevaid meetodeid tõestamiseks, et iga kolmnurga kolm mediaani (nurgapoolitaja, keskristsirge, kõrgus) lõikuvad ühes punktis;

7) teab, milliste lõikude lõikepunktis asuvad kolmnurga sise- ja välisringjoone keskpunktid, ning kasutab seda teadmist (tõestus)ülesandeid lahendades; saavutab teatud vilumuse põhiliste konstruktsioonülesannete lahendamisel sirkli ja joonlauaga.

11.4. Öppesisu

Hulknurk: kumerad ja mittekumerad hulknurgad, korrapärased hulknurgad. Hulknurga sise- ja välisnurkade summa. Hulknurga diagonaalid. Hulknurkade kongruentsus (võrdsus) ja sarnasus. Tarvilikud ja piisavad tingimused selleks, et nelinurk oleks ruut (ristkülik, romb, rööpkülik, trapets). Kõõlnelinurk. Tarvilikud ja piisavad tingimused selleks, et nelinurk oleks kõõlnelinurk: samale kaarele toetuvad piirdeurgad, teineteise vastas asuvad piirdeurgad, diagonaalide lõikude pikkuste korrutis (ringjoone lõikuvate kõõlude omadus), Ptolemaiiose teoreem. Nelja punkti asumisest ühel ringjoonel. Lõigud ja ringjooned kolmnurgas: kolmnurga kesklõigud, kesklõikude ja nendest moodustatud kolmnurga omadused. Tarvilik ja piisav tingimus selleks, et punkt asuks antud nurga poolitajal (antud lõigu keskristsirgel). Teoreemid kolmnurga mediaanide (nurgapoolitajate, kõrguste, keskristsirgete) lõikumisest ühes punktis. Kolmnurga sise- ja ümberringjoon. Konstruktsioonülesanded. Põhikonstruktsioonid sirkli ja joonlauaga (antud nurga poolitaja, lõigu keskristsirge, sirgele antud punktist ristsirge või paralleelsirge konstrueerimine, kolmnurga sise- ja ümberringjoone konstrueerimine, ringjoone puutuja konstrueerimine, lõigu jaotamine antud suhtes, hulknurkade konstrueerimine). Ajalooline ülevaade klassikaliste konstruktsioonülesannete (ringi kvadratuur, kuubi duplikatsioon, nurga triseksioon) tegemise võimalikkusest.

Gümnaasiumi matemaatika kitsa kursuse õppeprotsessi kirjeldus

1. Üldisi märkusi

Gümnaasiumi matemaatika kitsa kursuse õppeprotsessi korraldamisel tuleb lähtuda **ainekavas** märgitud kahest põhiseisukohast:

- 1) kitsa kava läbimine võimaldab jätkata õpinguid aladel, kus matemaatikal ei ole olulist tähtsust ja seda ei õpetata iseseisva aina;
- 2) kitsa kava eesmärk on õpetada aru saama matemaatikakeeles esitatud teabest, kasutada matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades, tagades sellega sotsiaalse toimetuleku. Kitsa kava järgi õpetatakse kirjeldavalt ja näitlikustavalt, matemaatiliste väidete põhjendamine toetub intuitsioonile ning analoogiale.

Neist lähtekohtadest tulenevalt on kitsa kursuse **ainekava** üldisteks õppe-eesmärkideks taotlus, et õpilane:

- 1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest;
- 2) tõlgendab erinevaid matemaatilise informatsiooni esituse viise;
- 3) kasutab matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades;
- 4) väärtustab matemaatikat, tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 5) arendab oma intuitsiooni, arutleb loogiliselt ja loovalt;
- 6) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid;
- 7) kasutab arvutiprogramme matemaatika õppimisel.

Kitsas kursuses seatakse varasemast praktikast erinevalt matemaatika õppeprotsessi põhiülesandeks mitte matemaatika kui teadusharu enese tundmaõppimine, vaid peamine on matemaatika rakenduste vaatlemine inimest ümbritseva maailma teaduspõhiseks kirjeldamiseks ning elus toimetuleku tagamiseks. Selleks vajalik keskkond luuaks matemaatika mõistete, sümboolika, omaduste ja seoste, reeglite ja protseduuride käsitlemise ning intuitsioonil ja loogilisel arutelul põhinevate mõttekäikude esitamise kaudu.

Kursuse teemadele juurdeminekul ning aine käsitlemisel tuleb niipalju kui võimalik lähtuda reaalselt konteksti sisaldavatest ülesannetest. Ainekavas rõhutatud rakendusliku sisuga ülesannete lahendamine on enamasti töömahukas, aegaviitev ning seotud funktsionaalse lugemise oskusega. Seetõttu tuleb nende lahendamiseks varuda piisavalt õppeaega. Samuti on vaja õppeprotsessis kasutada võimalikult palju IKT vahendeid ja võimalusi.

I kursus. Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused

Kursus on põhilisi algebraoskusi kordav ja süvendav baaskursus. Selles käsitletava omandatus määrab suures osas kogu edasise matemaatikakursuse läbimise edukuse. Samuti tuleb kursuse õppeprotsessi korraldamisel pidada silmas nende õpilaste vajadusi, kes leiavad kursuse käigus, et soovivad edasises üle minna laia matemaatikakursuse õppimisele. Nende vajadusi silmas pidades võiks õppematerjalidesse olla lisatud ka ainekavast mõnevõrra väljuvaid, kuid laiale kursusele üleminekuks vajalikke ülesandeid. Need peavad olema muidugi õppija jaoks kohustuslikustmaterjalist eristatavad.

Õppesisu	Õpitulemused Kursuse lõpul õpilane:	Soovitusi
Naturaalarvude hulk N , täisarvude hulk Z ja ratsionaalarvude hulk Q . Irratsionaalarvude hulk I . Reaalrvude hulk R . Reaalrvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus. Ratsionaalavaldiste lihtsustamine. Arvu n -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Murdvõrrand. Arvu juure esitamine ratsionaalarvulise astendajaga astmena. Tehted	<ul style="list-style-type: none"> eristab ratsionaal-, irratsionaal- ja reaalarve; 	Käsitlus tugineb arvuhulkade esitlemisele neisse kuuluvate arvude loetlemise või kirjeldamise abil. Tuuakse illustreeriv joonis arvuhulkade vahelise seose kohta. Reaalrvude piirkondi arvteljel vaadeldakse võrratuste lahendamise esimese kontsentri kontekstis. Arvu absoluutväärtuse definitsioon kujul $ a = \begin{cases} a, & \text{kui } a \geq 0 \\ -a, & \text{kui } a < 0 \end{cases}$ küll esitatakse, kuid rõhutatakse arvu absoluutväärtust kui selle kaugust arvtelje nullpunktist. Ainete integratsiooni huvides on vaja korrata arvu standardkuju koos mõningate standardkujul antud arvudega teostatavate korrutamise- ja jagamistehete näidetega.
	<ul style="list-style-type: none"> eristab, võrdust, samasust, võrrandit ja võrratust; selgitab samasusteisendusi võrrandite ja võrratuste lahendamisel; 	Loetletud mõisted ei pea õppija oskama defineerida kuid peab nendega määratud kirjutisi ära tundma, õigesti nimetama ning kasutama

<p>astmetega ja tehete näiteid võrdsete juurijatega juurtega. Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaar- ja ruutvõrratused. Lihtsamate, sealhulgas tegelikkusest tulenevate tekstülesannete lahendamine võrrandite abil.</p>	<ul style="list-style-type: none"> lahendab ühe tundmatuga lineaar- ruut- ja lihtsamaid murdvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid; 	<p>Lineaar- ja ruutvõrrandeid lahendatakse kordavalt. Kuna põhikoolis ei tegeleta uue ainekava kohaselt enam murdvõrrandite lahendamisega, siis tuleb viimaste lahendamist alustada kõige lihtsamatest. Lahendatavate murdvõrrandite keerukus võiks olla piiratud peamiselt tekstülesannete lahendamisel tekkivate murdvõrranditega. Näiteks $\frac{6}{x} + \frac{6}{x+5} = 1$ või ka $\frac{2}{x-2} - \frac{x}{2} = \frac{x}{x-2}$.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> sooritab tehteid astmete ja juurtega teisendades viimased ratsionaalarvulise astendajaga astmeteks; 	<p>Põhiliseks võtteks juurtega töötamisel on nende teisendamine murrulisele astendajale ning astmete omaduste rakendamine koos saadud vastuse kirjutamisega juurena. Lihtsamatel juhtudel võib muidugi kasutada ka juurte omadusi. Näiteks $\sqrt{a^3} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a^3 a} = \sqrt{a^4} = a^2$.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja juuravaldisi; 	<p>Kuna põhikoolis on senist ratsionaalavaldiste teisendamisega seonduvat ainet oluliselt lihtsustatud, siis tuleb siin kõnealust temaatikat kaunis põhjalikult käsitleda. Avaldiste kindel teisendusoskus on aluseks kogu järgneva kursuse õppimisele. Samuti on kõnealune baasoskus eriti vajalik õpilastele, kes pärast kitsa kursuse esimese osakursuse läbimist otsustavad matemaatikaõpikute jätkamiseks valida laia kursuse. Teisendatavate ratsionaalavaldiste keerukuste võiks olla ülalt piiratud avaldistega, mille näitena esitame siin järgmise: $\left(\frac{x+1}{2x-2} + \frac{6}{2x^2-2} - \frac{x+3}{2x+2}\right) \cdot \frac{4x^3-4x}{5}$</p> <p>Juuravaldiste teisendamisel võiks võimekama klassi korral jõuda teisendust $a-b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ nõudvate avaldisteni. Näiteks $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}{a-b} - \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b})$.</p>

	<ul style="list-style-type: none"> lahendab lineaar- ja ruutvõrratusi ning ühe tundmatuga lineaarvõrratuste süsteeme; 	<p>Kuna põhikoolist on võrratuste lahendamine uue ainekavaga täielikult välja viidud, on mõistlik käsitleda lineaarvõrratusi siin kahes kontsentris. Esimene, lineaarvõrratusi ja nende põhiomadusi tutvustavat laadi käsitlus esitatakse koos arvuhulkade kui võrratuste lahendite kujutamise arvteljel. Hiljem tullakse teema juurde aga tagasi lineaarvõrratuste käsitluse süvendamisega ruutvõrratuste ja lineaarvõrratuste süsteemide käsitlemise eel. Võrratuste ja eriti nende süsteemide lahendamisel on oluline kujutada nende lahendihulki arvteljel. Ruutvõrratuste lahendamine toimub neile vastavate parabolide skitseerimise kaudu. Paraboolide skitseerimisel võib mõislikkuse piires kasutada ka arvutiprogramme.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> lahendab lihtsamaid, sh tegelikkusest tulenevaid tekstülesandeid võrrandite ja võrrandisüsteemide abil. 	<p>Kogu kitsa matemaatika kursuses peab olema erilisel kohal ning pideva tähelepanu all reaalsete kontekstidega seotud protsentülesannete lahendamine. Vaadeldavas kursuses lisanduvad neile uue ainekava järgi põhikoolis mittekäsitletavat murdvõrrandite ning võrrandisüsteemide lahendusoskust nõudvad nn liikumisülesanded ning lihtsamad nn koostöötamise ülesanded.</p>

II kursus. Trigonomeetria

Põhikooli uues ainekavas piirdub trigonomeetria käsitus vaid siinuse, koosinuse ja tangensi mõistetega täisnurkses kolmnurgas. Põhikooli matemaatika õppeprotsessi kirjelduses märgitakse seejuures vaid kaht õpitulemust: 1) õpilane leiab taskuarvutil teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide väärtusi ning 2) trigonomeetria kasutades leiab täisnurkse kolmnurga joonelemendid. Kursuse ülesehitus:

1. Kordamine
2. Nurga mõiste üldistamine
3. Mistahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid
4. Ringjoone kaare pikkus ja ringi sektori pindala
5. Kolmnurga pindala valemid
6. Siinusteoreem ja koosinusteoreem
7. Kordamine

Õppesisu	Õpitulemused Kursuse lõpul õpilane:	Soovitusi
<p>Nurga mõiste üldistamine, radiaanmõõt Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid</p> <p>$(\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha)$, nende väärtused nurkade $0^0, 30^0, 45^0, 60^0, 90^0, 180^0, 270^0, 360^0$ korral. Negatiivse nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsioonide $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x$ graafikud. Trigonomeetria põhiseosed $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$,</p> <p>$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$,</p> <p>$\cos \alpha = \sin(90^0 - \alpha)$,</p> <p>$\sin \alpha = \cos(90^0 - \alpha)$,</p> <p>$\tan \alpha = \frac{1}{\tan(90^0 - \alpha)}$,</p>	<p>teisendab kraadimõõdus antud nurga radiaanmõõtu ja vastupidi;</p>	<p>Üleminekuid radiaan- ja kraadimõõdu vahel on mõistlik korraldada võrdega. Näiteks: Mitu kraadi on nurk $\frac{3\pi}{2}$? Koostame võrde</p> $\pi = 180^0$ $\frac{3\pi}{2} = x.$ <p>Siit</p> $x = \frac{3\pi \cdot 180^0}{\pi} = 270^0$ <p>Trigonomeetriakursuse järgnevates osades ja järgnevates kursustes ei nõuta õpilastelt kindlasti ühe või teise nurgamõõdusüsteemi kasutamist. Õigeks loetakse nii kraadi- kui radiaanmõõdu kasutamine. Õpilaste silmaringi laiendamiseks on mõistlik tutvustada ka detsimaalkraadimõõtu. Ülesannete lahendamise leitakse trigonomeetrilise funktsiooni argument, nurk funktsiooni väärtuse abil enamasti arvutit kasutades ligikaudse väärtusena. Kraadi murdosi sisaldava nurga esitamisel ei ole kohustuslik selle väljendamine minutites ja sekundites. Näiteks leides võrdest $\sin \alpha = 0,6$ nurga, piisab selle esitusest kujul $\alpha = 36,869... \approx 36,7^0$.</p>
<p>$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$,</p> <p>$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$,</p> <p>$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$,</p> <p>$\sin(\alpha + k \cdot 360^0) = \sin \alpha$,</p> <p>$\cos(\alpha + k \cdot 360^0) = \cos \alpha$,</p> <p>$\tan(\alpha + k \cdot 360^0) = \tan \alpha$.</p> <p>Siinus- ja koosinusteoreem.</p>	<p>defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi</p>	<p>Nurga mõiste laiendamist on tark alustada eelmise ainekava kohaselt juba põhikoolis käsitletud täiendusnurga ja vastavate trigonomeetriliste funktsioonide vaheliste seoste vaatlemisega. Positiivse ja negatiivse nurga ning suvalise suurusega nurga mõiste käsitlemisel võiks aluseks olla algaara pöörlemise vaatlemine. Käsitleda tuleks ka täispöördest suuremate nurkade taandamist täispöördest väiksemateks nurkadeks. Nurga taandamine teravnurgale ei ole kitsa kursuse ainekava nõutav õpitulemus. Mistahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid defineeritakse nurga lõpphaara suvalise punkti kaudu.</p>

<p>Kolmnurga pindala valemid, nende kasutamine hulknurga pindala arvutamisel. Kolmnurga lahendamine. Ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ja ringi sektori kui ringi osa pindala arvutamine. Rakendussisuga ülesanded.</p>	<p>loeb trigonomeetriliste funktsioonide graafikuid;</p>	<p>Trigonomeetriliste funktsioonide graafikute käsitlemise aluseks on nende konstrueerimine mingi arvutiprogrammiga. Valmisgraafikult loetavateks parameetriteks on määramispiirkond, muutumispiirkond, etteantud argumendile vastavad funktsiooni väärtused, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad ning perioodilisus. Valdavalt võiks piirduda vahemikuga $-2\pi; 2\pi$</p>
	<p>teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldisi;</p>	<p>Õpilastele esitatakse teisendamiseks vaid ainekavas toodud seostele tuginevaid. Trigonomeetriliste funktsioonide väärtused teravnurkadest 30^0, 45^0 ja 60^0 ning teljenurkadest memoreeritakse. Rakenduslikes ülesannetes leitakse trigonomeetriliste funktsioonide väärtusi ja argumente (nurki) siiski enamasti ligikaudsetena, arvutilt. Teisendatavate avaldiste keerukus võiks piirduda näiteks järgmise avaldisega $\frac{(\sin \alpha + 1)^2 + (\sin \alpha - 1)^2}{2 - \cos^2 \alpha}$.</p>
	<p>rakendab kolmnurga pindala valemeid, siinus- ja koosinusteoreemi; lahendab kolmnurki, arvutab kolmnurga, rööpküliku ja hulknurga pindala, arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ja ringi sektori kui ringi osa pindala; lahendab lihtsamaid rakendussisuga planimeetriaülesandeid.</p>	<p>Ringjoone kaare pikkuse ja sektori pindala valemid võidakse küll tuletada kuid ülesannete lahendamisel on tark leida need suurused võrde abil kui osa ringjoone pikkusest või ringi pindalast. Kolmnurga pindala valemitest tuletatakse meelde valem $S = \frac{ah}{2}$ ning vaadeldakse kolmnurga pindala leidmist kahe külje ja nende vahelise nurga siinuse kaudu. Kasulik on vaadelda ka segmendi pindala kui sektori ja kolmnurga pindala vahet ning rööpküliku pindala kahe külje ja nende vahelise nurga siinuse kaudu. Hulknurga pindala leitakse selle tükeldamisega neli- või kolmnurkadeks. Siinusteoreem on soovitatav tuletada, koosinusteoreem võetakse teadmiseks tõestuseta. Vaadeldav kursuse osa võimaldab lahendada arvukalt reaalistest kontekstidest tulenevaid ülesandeid. Seda tuleb ka teha.</p>

III kursus. Vektorid. Joone võrrand.

Kursuse käsitus võiks koosneda järgmistest osadest.

1. Lõigu keskpunkt. Kahe punkti vaheline kaugus.
2. Vektor. Tehted vektoritega.
3. Sirge tasandil.
4. Ringjoone võrrand. Kõvera ja sirge lõikepunktide leidmine

Õppesisu	Õpitulemused Kursuse lõpul õpilane:	Soovitusi
<p>Punkti asukoha määramine tasandil. Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Vektorite võrdsus. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Jõu kujutamine vektorina. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektori korrutamine arvuga. Vektorite liitmine ja lahutamine (geomeetriliselt ja koordinaatkujul). Kahe vektori vaheline nurk. Kahe vektori skalaar-korrutis, selle rakendusi. Vektorite kollineaarsus ja ristseis. Sirge võrrand (tõusu ja algordinaadiga, kahe</p>	<p>selgitab vektori mõistet ja vektori koordinaate; liidab ja lahutab vektoreid ning korrutab vektori arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul;</p> <ul style="list-style-type: none"> • leiab vektorite skalaarkorrutise, rakendab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid; 	<p>Koordinaadistiku ja punkti koordinaatide kordaval ja süvendaval käsitlemisel on kasulik vaadelda lõigu keskpunkti leidmist lõigu otspunktide koordinaatide kaudu. Vastavas tuletuskäigus kasutatavate projektsioonlõikude vaatlemine on eeltöö vektori koordinaatide mõiste sissetoomiseks. Kahe punkti vahelise kauguse valem tuletatakse esialgu ilma vektori mõistet kasutamata Pythagorase teoreemi abil. Hiljem, vektori pikkuse käsitlemisel seotakse see kaugust mõõtva lõigu kui vektori pikkuse arvutamiseks. Vektorite liitmise lähtekohaks võiks olla kolmnurgareegel. Vektorite lahutamist käsitletakse loomulikult vastandvektori liitmise kaudu. Rööpkülükureegli juures tuleb näidata selle seost kolmnurgareeglga. Rakenduslike ülesannete lahendamiseks on vajalik käsitleda vektori esitamist etteantud sihiga komponentideks. Vektorite liitmine koordinaatkujul ei pruugi olla teema oluline komponent. Seda võiks vaadelda vaid kaunis lühidalt, etteantud valemi (võtte) rakendamisenä.</p> <p>Vektorite skalaarkorrutise mõiste käsitlemine on mõistlik siduda mehhaanilise töö kui jõuvektori ja nihkevektori skalaarkorrutise leidmisega.</p>

<p>punktiga, punkti ja tõusuga määratud sirge). Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Parabooli võrrand. Ringjoone võrrand. Joonte lõikepunktide leidmine. Kahe tundmatuga lineaarvõrrandist ning lineaarvõrrandist ja ruutvõrrandist koosnev võrrandisüsteem. Rakendussisuga ülesanded.</p>	<ul style="list-style-type: none"> tunneb sirget, ringjoont ja parabooli ning nende võrrandeid, teab sirgete vastastikuseid asendeid tasandil; koostab sirge võrrandi, kui sirge on määratud punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga; määrab sirgete vastastikused asendid tasandil; joonestab sirgeid nende võrrandite 	<p>Kõrvuti sirgete käsitsi skitseerimisega koordinaattasandil tuleb selleks kasutada ka arvutit. Sirgetepaaride vastastikuseid asendeid tasandil uuritakse sirgete võrranditest koostatud süsteemi lahendamise teel. Algebraalset uuringut saadakse vaadeldavate sirgete kujutamise teljestikus. Seda võib teha ka arvutil. Eraldi tähelepanu tuleb muidugi pöörata telgedega paralleelsete sirgete võrranditele.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> koostab ringjoone võrrandi keskpunkti ja raadiuse järgi; joonestab ringjooni ja parabooli nende võrrandite järgi 	<p>Paraboolide käsitsi joonestamisel kasutatakse neile vastavate funktsioonide nullkohti ja paraboolide varemõpitud omadusi. Omandatakse ka parabooli joonistusoskus arvutil. Ringjoonte joonistamine toimub peamiselt arvutil.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> leiab kahe joone lõikepunktid (üks joontest on sirge): 	<p>Kahe joone lõikepunkte leitakse vastava võrrandisüsteemi lahendamise teel. Algebraalset lahendamist saadetakse kindlasti arvutijoonistega, Parabooli ja sirge lõikepunktide leidmist võidakse assisteerida ka käsitsi valmistatud joonistega. Teretulnud on samuti võrrandite ja võrrandisüsteemide graafilise lahendamise tähenduse käsitlemine arvutijooniste vaatlemise alusel.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> kasutab vektoreid ja joone võrrandeid rakendussisuga ülesannetes. 	<p>Rakenduslike sisuga ülesannete lahendamine on enamasti töömahukas, aegaviitev ning seotud funktsionaalse lugemise oskusega. seetõttu tuleb nendele varuda piisavalt õppeaega</p>

IV kursus. Tõenäosus ja statistika

Kõnealune kursus kannab väga suurt õppija isiksuse arendamise koormust ja on eriti oma statistikaosaga üks olulisi vahendeid gümnaasiumi õppeprotsessi lõimimisel. Statistikaosa sisaldab ka üht eesti koolimatemaatika jaoks täiesti uut teemat - üldkogumi arvarakteristikute tõenäosuslik hindamine valimi ühe arvarakteristiku, aritmeetilise keskmise kasutamise näitel.

Kursus esitatakse kahes osas

1. Tõenäosus
2. Statistika

.....

Õppesisu	Õpitulemused Kursuse lõpul õpilane:	Soovitusi
<p>Sündmus. Sündmuste liigid. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Klassikaline tõenäosus. Geomeetiline tõenäosus. Sündmuste korrutis. Sõltumatute sündmuste korrutise tõenäosus. Sündmuste summa. Välistavate sündmuste summa tõenäosus. Faktoriaal. Permutatsioonid. Kombinatsioonid. Binoomkordaja. Diskreetne juhuslik suurus, selle jaotusseadus, jaotuspolügoon ja arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve). Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja nende süstematiseerimine.</p>	<p>eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust; selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet ning sõltumatute sündmuste korrutise ja välistavate sündmuste summa tähendust;</p>	<p>Klassikalise tõenäosuse käsitlemisel lähtutakse elementaarsündmuse mõistest ning sündmuse A klassikaline tõenäosus defineeritakse soodsate elementaarsündmuste arvu s ja kõikide elementaarsündmuste arvu k suhtena $P(A) = \frac{s}{k}$. Kohe seejärel vaadeldakse võimatu, kindla ja vastandsündmuse mõistet ning sündmuse ja selle vastandsündmuse summa tõenäosust.</p> <p>Statistilise tõenäosuse käsitlemisel peaks olema arvestataval kohal Eesti Statistikaameti poolt avaldatavad nn oodatava eluea tabelid (vt. http://pub.stat.ee/px-web.2001/Database/Rahvastik/databasetree.asp) ning neil põhinevad ülesanded.</p> <p>Geomeetrilise tõenäosuse käsitlemisel vaadeldakse kaht tüüpi ülesandeid (1) pindalade suhete leidmisel ja (2) ajatelje kasutamisel põhinevaid.</p> <p>Eelmisest ainekavast erinevalt piirduakse sündmustega tehtavate tehete ning vastavate tõenäosuste arvutamisel sõltumatute sündmuste korrutisega ning välistavate sündmuste summaga</p>

<p>Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Normaaljaotus (kirjeldavalt). Statistilise otsustuse usaldatavus keskväärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötluse projekt, mis realiseeritakse arvutiga (soovitavalt koostöös mõne teise õppeainega).</p>	<p>selgitab faktoriaali, permutatsioonide ja binoomkordaja mõistet; arvutab sündmuse tõenäosust ja rakendab seda lihtsamaid elulisi ülesandeid lahendades;</p>	<p>Permutatsioonide ja faktoriaali mõiste käsitlemisel võiks lähtuda järjestikuste, üksteisest sõltumatute valikute arvu leidmiseks kasutatavast korrutamislausest.</p> <p>Kombinatsioonide arvu valemi juurde minnakse läbi binoomkordaja käsilemise. Konkreetsete näidete vaatlemise kaudu tuletatakse valem $\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-(k-1))}{k!}$. Vaid näidete põhjal võetakse ka teadmiseks, et $\binom{n}{k} = C_n^k$.</p> <p>Eelmisest ainekavast erinevalt ei käsitleta variatsioone ja nende arvu leidmist.</p>
	<p>selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvarakteristikute tähendust; arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvarakteristikud ning teeb nendest järeldusi uuritava probleemi kohta;</p>	<p>Juhusliku suuruse mõiste esitatakse statistilise andmestiku esitamise ja põhiliste arvarakteristikute käsitlemise kokkuvõttena. Sellele võiks kohe järgneda normaaljaotuse kirjeldav esitlemine. Statistika osade alateemade üks võimalik esitusjärjekord võiks olla selline:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Üldkogum ja valim. • Statistiline andmestik • Statistilise rea korrastamine, esitamine ja illustreerimine • Statistilise rea arvnäitajad, nende sisuline tõlgendamine (aritmeetiline keskmine, dispersioon, standardhälve, variatsioonikordaja) <p>Kuigi ainekava seda ei nõua, on õpilaste üldise silmaringi laiendamiseks mõistlik vaadelda ka korrelatsioonivälja, regressioonijoone ning lineaarse korrelatsioonikordaja mõisteid. Sellega seonduva nagu ka kogu muu statistikaainese käsitlemine tuginegu mingi tabelarvutussüsteemi (Excel, OpenOffice Calc) laialdasele rakendamisele.</p>

	<p>selgitab valimi ja üldkogumi mõistet ning andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust; leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna</p>	<p>Eesti koolimatemaatika jaoks täiesti uudne pala on üldkogumi arvnäitajate tõenäosuslik hindamine valimi arvnäitajate abil (selle kohta vt täpsemalt näiteks Hiob, Kadri Matemaatiline statistika: algkursus koolidele. Tallinn: Avita, 1995). Teema käsitlemisel on vaja esitada usalduspiiride, usaldusvahemiku (usalduspiirkonna), usaldus- ja olulisusnivoo mõisted. Usaldusvahemike leidmist illustreeritakse vaid ühe näitega - üldkogumi keskmise usaldusvahemiku leidmisega. Vastav arvutuslik aparatuur esitatakse valmiskujul. Mõistlik on näidete alusel vaadelda ka usaldusvahemike ühisosade hindamisel põhinevat võimalust erinevate üldkogumite (mehed - naised; noored-vanad jne) keskmiste erinevuse hindamiseks. Rõhutame veelkord, et kogu selle ainese käsitus realiseeritakse mingi tabelarvutusüsteemi rakendades.</p>
	<p>kogub andmestikku ja analüüsib seda arvutil statistiliste vahenditega</p>	<p>Siin on eriti vajalik otsida lõimimisvõimalusi teiste ainetega (loodusteadused, ühiskonnaõpetus, kehakultuur jt)</p>

2.6. V kursus. Funktsioonid I

Kursuse põhiteemadeks on põhiliste elementaarfunktsioonide ja nende graafikute tundmaõppimine. Funktsioonide käsitlemise põhiliseks viisiks on nende arvutiga joonistatud graafikute lugemine. Koos eksponentfunktsiooni vaatlemisega on oluline osa liitprotsendilise muutumisega seotud majandus- ja rahandusülesannetel. Koos logaritmfunktsiooni vaatlemisega käsitletakse ka arvu logaritmi põhilisi omadusi. Lahendatakse lihtsamaid eksponent ja logaritm võrrandeid

Õppesisu	Õpitulemused Kursuse lõpul õpilane:	Soovitusi
-----------------	---	------------------

<p>Funktsioonid $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = \frac{a}{x}$ (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumiskiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuskiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Funktsioonid $y = ax^n$ ($n = 1, 2, -1, -2$). Arvu logaritmi mõiste. Korrutise, jagatise ja astme logaritm. Logaritmineerimine ja potentseerimine (mahus, mis võimaldab lahendada lihtsamaid eksponent- ja</p>	<p>selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni käigu uurimisega seonduvaid mõisteid, pöördfunktsiooni mõistet, paaritu ja paarisfunktsiooni mõistet; skitseerib ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid (käsitsi ning arvutil); kirjeldab funktsiooni graafiku järgi funktsiooni peamisi omadusi;</p>	<p>Funktsioonide käsitlemist alustatakse põhikoolis õpitud lineaar- ja ruutfunktsiooni ning funktsiooni $y = \frac{a}{x}$ ning nende graafikute käsitlemisest. Funktsiooni üldine mõiste kui seos $y = f(x)$, milles iga sõltumatu muutuja väärtusele x vastab üks kindel sõltuva muutuja väärtus y esitatakse eelnevas vaadeldud konkreetsete funktsioonide käsitlemise laiendusena. Funktsiooni esitusviisidest vaadeldakse valemit, tabelit ja graafikut. Funktsiooni määramiskiirkonna leidmine seotakse võrratuste lahendamise ja funktsiooni paarsust vaadeldakse vastavat omadust omavate konkreetsete funktsioonide graafikutest lähtudes kuid esitatakse ka vastavad algebralised seosed. Funktsiooni nullkohtade, positiivsus-, negatiivsus-, kasvamis- ja kahanemiskiirkondade ja ekstreemumkohtade leidmiseks kasutatakse funktsioonide valmisgraafikuid. Seal kus võimalik, leitakse vastavad punktid ja kiirkonnad ka algebralisel, lahendades vastavaid võrrandeid ja võrratusi. Funktsioonidest $y = ax^n$ vaadeldakse lisaks varem käsitletutele funktsioonidele $y = x^3$ ja $y = \frac{1}{x^2}$. Nende omadusi selgitatakse valmisgraafikute põhjal. Eksponentfunktsioonile juurdeminek võiks toimuda liitprotsendilise muutuse käsitlemise kaudu. Kõigist eksponentfunktsioonidest pööratagu olulist tähelepanu funktsioonile $y = e^x$. Logaritmifunktsiooni käsitlemise eel on mõistlik esitleda pöördfunktsiooni ja defineerida logaritmifunktsioon eksponentfunktsiooni pöördfunktsioonina..</p>
---	---	--

<p>logaritmivõrrandeid). Pöördfunktsioon. Funktsioonid $y = a^x$ ja $y = \log_a x$. Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Näiteid mudelite kohta, milles esineb e^{ax}. Lihtsamad eksponent- ja logaritmivõrrandid. Mõisted arcsin m, arccos m ja arctan m. Näiteid trigonomeetriliste põhivõrrandite lahendamise kohta.</p>	<p>selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi ning logaritmi ja potentsiaali lihtsamaid avaldiseid; lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid astme ning logaritmi definitsiooni vahetu rakendamise teel;</p>	<p>Arvu logaritmi mõiste ja korrutise, jagatise ning astme logaritmitamise reeglid võib esitada enne logaritmifunktsiooni käsitlemist. Logaritmitakse ja potentsiaali avaldiseid, milledega opereerimise oskus on vajalik vaid lihtsaid võrrandeid lahendades. Näiteks: Logaritmida järgmisi avaldiseid alusel a, kui $x > 0$, $y > 0$: $2e^3xy^3$, kui $a = e$ või Leida x, 1) $\ln x = 5\ln 2 + 3\ln t$ 2) $\log 20 - \log x = \log 2$. Võrrandite lahendamisel võiks olla lahendatavate ülesannete keerukus ülalt piiratud näiteks võrranditega $\log^2 x - 5\log x - 6 = 0$ ja $3^{4x+1} - 3^{2x+1} - 18 = 0$.</p>
	<p>selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust ning lahendab selle abil lihtsamaid reaalsusega seotud ülesandeid; tõlgendab reaalsuses ja teistes õppeainetes esinevaid protsente väljendatavaid suurusi, sh laenudega seotud kulutusi ja ohte;</p>	<p>Liitprotsendilise muutumise, eksponent- ja logaritmivõrrandite käsitlemisel lahendatagu ohtralt rahandusülesandeid. Näiteks: Panka, milles aasta intressimäär on 3%, pandi hoiule 5000 eurot. Mitme aasta pärast ületab hoiustatud summa 6500 eurot? või 1990. aasta algul oli riigi elanike arv 100 miljonit ja rahvastiku aastane juurdekasv 1,0%, Ühe teise riigi elanike arv oli 20 miljonit ja rahvastiku iga-aastane juurdekasv 2,5%. Oletades, et selline rahvastiku juurdekasv on muutumatu, kirjeldab esimese riigi elanike arvu funktsioon $y = 100e^{x \ln 1,01}$ ja teise riigi elanike arvu funktsioon $y = 20e^{x \ln 1,025}$, kus x on aastad ja y elanike arv miljonites. Mitme aasta pärast on nende riikide elanike arv võrdne?</p>
	<p>lahendab graafiku järgi trigonomeetrilisi põhivõrrandeid etteantud lõigul.</p>	<p>Mõistete arcsin m, arccos m ja arctan m käsitlemist võib seostada vastavate trigonomeetriliste funktsioonide pöördfunktsioonide arvutil koostatud graafikute vaatlemisega. Võrrandite lahendamise etteantud lõigul leitakse üldlahenditest sobivate väärtuste väljaotsimisega. Seda tegevust saadetakse vastava, arvutil konstrueeritud joonise kasutamiseks. Lahendatavate võrrandite keerukus ei tohiks ületada näiteks järgmises ülesandes toodud: Lahendada trigonomeetiline võrrand $2\sin^2 x + 7\sin x = 4$ lõigul $x \in [0^0; 360^0]$.</p>

2.7. VI kursus. Funktsioonid II

Kursuse põhiteemadeks on

- 1) Aritmeetiline ja geomeetiline jada
- 2) Funktsiooni tuletis ja selle kasutamine funktsiooni uurimiseks ning ekstreemumülesannete lahendamiseks.

Kursuse suurimaks eripäraks on funktsiooni tuletise mõiste käsitlemine piirväärtuse mõistet rakendamata.

Õppesisu	Õpitulemused Kursuse lõpul õpilane:	Soovitusi
Arvjada mõiste, jada üldliige. Aritmeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem. Geomeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem. Funktsiooni tuletise geomeetiline tähendus. Joone	selgitab arvjada ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada mõistet; rakendab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme ning n esimese liikme summa valemit, lahendades lihtsamaid elulisi ülesandeid;	Arvjada mõiste esitamisel piirduakse mõnede konkreetsete jadade esitlemisega. Tuuakse sisse terminid jada, jada liige, indeks kui jada liikme järjekorranumber, jada üldliige, üldliikme valem. Ei käsitleta jada piirväärtust. Aritmeetilise ja geomeetrilise jada käsitlus on traditsiooniline. Esitatakse üldliikme ja summa valemid. Geomeetrilise jada summa valem võetakse kasutusele tuletamiseta. Ei käsitleta hääbuvat geomeetrilist jada.


<p>puutuja tõus, puutuja võrrand. Funktsioonide $y = x^n$ $(n \in Z), y = e^x, y = \ln x$ tuletised. Funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletised. Funktsiooni teine tuletis. Funktsiooni kasvamise ja kahanemise uurimine ning ekstreemumite leidmine tuletise abil. Lihtsamad ekstreemumülesanded.</p>	<p>selgitab funktsiooni tuletise mõistet, funktsiooni graafiku puutuja mõistet ning funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust;</p>	<p>Funktsiooni tuletise vaatlemine ilma piirväärtuse ning funktsiooni muudu ja argumendi muudu esitlemiseta võiks toimuda näiteks järgmiselt: Funktsiooni tuletise mõistele juurdeminek toimub funktsiooni kasvu kiiruse vaatlemise kaudu. Alustatakse mõnede konkreetsete funktsioonide arvutiga joonestatud graafikute vaatlemisest ja nende erinevates punktides kasvamise kiiruse võrdlemisest. Viimane seotakse kohe võrreldavatesse punktidesse (arvutiga) joonestatud puutujate asendite võrdlemisega. Seejärel vaadeldakse funktsiooni kasvu antud kohal kui vastava puutuja (kui sirge) tõusu ja tõusunurka. Kohe seejärel defineeritakse tuletis antud kohal x_0 kui vastava puutuja tõus ($f'(x_0) = k$).</p> <p>Kui klassi tase seda võimaldab ja õpetajal tahtmist on, võib funktsiooni tuletise mõisteni jõuda ka vanal tuttavil viisil, funktsiooni ja argumendi muutude suhte ja selle piirväärtuse kaudu.</p> <p>Kuigi ainekava nimetab vaid funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust, on ainete lõimimise huvides mõistlik eraldi tähelepanu juhtida ka funktsiooni tuletise füüsikalisele tähendusele. Õpilaste üldist silmaringi laiendaks ka majandusteaduses laialdaselt kasutatava marginaalfunktsiooni kui sisuliselt tuletisfunktsiooni mõiste lühitutvustus.</p>
	<p>Leiab ainekavaga määratud funktsioonide tuletisi; koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi antud puutepunktis;</p>	<p>Ainesisus loetletud funktsioonide tuletiste valemid ning tehete seotud diferentseerimise reeglid saadakse funktsiooni tuletise piirväärtusel põhinevast käsitlusest loobumise tõttu esitada vaid valmiskujul. Puutuja võrrand kohal x_0 koostatakse puutuja kui sirge võrrandina $y - y_0 = k(x - x_0)$.</p>
	<p>Selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletisega, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja;</p>	<p>Funktsiooni kasvamine ja kahanemine ning ekstreemumi seotakse tuletisega mingi mitme vastava piirkonnaga funktsiooni arvutil koostatud valmisgraafiku käigu vaatlemise kaudu. Ekstreemumid määratletakse kui kasvamise-kahanemise üleminekukohad ja -punktid. Tähelepanu tuleb pöörata ekstreemumkoha, ekstreemaalse väärtuse ning ekstreemumpunkti eristamise oskusele. Ekstreemumi liigi algebraliseks määramiseks esitatakse ka funktsiooni teise tuletise mõiste.</p>

	Leiab lihtsamate funktsioonide nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad, kasvamis- ja kahanemisvahemikud, maksimum- ja miinimumpunktid ning skitseerib nende järgi funktsiooni graafiku;	Funktsiooni nullkohad ning positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad tulevad esile kordavas plaanis. Algebraiselt, võrrandite ning võrratuste lahendamise ja leitud piirkondi illustreeritakse funktsiooni arvutil koostatavate
	lahendab lihtsamaid ekstreemumülesandeid	Kontekstiga seotud ekstreemumülesannete lahendamisel määratakse ekstreemumi liik peamiselt teise tuletise märgi abil.

2.8. VII kursus. Tasandilised kujundid. Integraal.

Kursuse esimene osa mõeldud põhikoolis läbitud vastava materjali kordamiseks ja süvendamiseks. Seejuures lahendatakse ohtralt elulise sisuga, kontekstis esitatud ülesandeid. Tasandiliste kujundite vaatlemine on ühtlasi ettevalmistuseks VIII, stereomeetria kursuse käsitlemisele. Kursuse teises osas jõutakse integraali mõiste kaudu lihtsamate kõverate ja sirgetega piiratud kujundite pindalade arvutamiseni.

Õppesisu	Õpitulemused	Soovitusi
Kolmnurgad, nelinurgad, korrapärased hulknurgad, ringjoon ja ring. Nende kujundite omadused, elementide vahelised seosed, ümbermõõdud ja pindalad rakendusliku sisuga ülesannetes. Algfunktsioon ja määramata integraal.	Kursuse lõpul õpilane: defineerib ainekavas nimetatud geomeetrilisi kujundeid ja selgitab kujundite põhiomadusi;	Kursuse teoreetilise materjali käsitlemisel pööratakse tähelepanu vaadeldavate kujundite ja kujundite klasside korrektse defineerimise küsimustele. Kujundite põhiomadustest võidakse mõned ka tõestada. Esitatakse Heroni valem kolmnurga pindala arvutamiseks. Hulknurkade pindalaid leitakse nende tükeldamisega neli- ja kolmnurkadeks.

<p>Määratud integraal. Newtoni-Leibnizi valem. Kõvertrapets, selle pindala. Lihtsamate funktsioonide integreerimine. Tasandilise kujundi pindala arvutamine määratud integraali alusel. Rakendusülesanded.</p>	<p>kasutab geomeetria ja trigonomeetria mõisteid ning põhiseoseid elulisi ülesandeid lahendades;</p>	<p>Lahendatavad ülesanded võiksid olla suunatud eelkõige funktsionaalse lugemise oskuse kujundamisele. Toome siin paar näidet niisugustest ülesannetest. 1. Ilma soojenemisel pikendab metalli soojuspaisumine raudteerööpaid. Varem jäeti piknemise kompenseerimiseks rööbaste otste vahele väikesed vahed ning rööpad ühendati nende otste nihkumist võimaldavate eriliste ühendusplaatidega. Rööpavahed põhjustasid vagunitesse kuuluvat rataste kolksumist. Tänapäeval keevitatakse rööbaste otsad teineteise külge kinni ning rööbaste kinnitused liipritele tehakse varasemast tugevamad. Oletame, et soojenemine pikendab kahest 60 meetri pikkusest rööpast jätkatud teeosa 2 cm võrra ning tekkinud jõudude mõjul annavad rööbaste kinnitused järele ja nende omavaheline keevituskoht paindub läbi. Kui kõrgele tõuseb see paindunud keevituskoht liiprite tasapinnast?</p>  <p>2. Pääaegu silindrikujulisest palgist, mille läbimõõt on 32 cm, saetakse välja võimalikult jäme ruudukujulise ristlõikega tala. Kui jäme see tala on?</p>
--	--	--

	<p>selgitab algfunktsiooni mõistet ja leiab määramata integraale (polünoomidest);</p>	<p>Teema käsitlemine algab muidugi tuletise kordamisest. Algfunktsiooni mõiste juurde on kasulik jõuda läbi mingi konkreetse näite vaatlemise. Näiteks niisugune: Veepuhastusjaamas suunatakse vesi põhiseadme remondi ajaks tagavarapaaki. Selle täitumise kiirust kirjeldab funktsioon $v(t) = 60t + 120$ kus t on täitmise aeg ($0 \leq t \leq 2$) tundides ja $v(t)$ ajaühiku, tunni jooksul lisandunud vee kogus kuupmeetrites. Täitmise algul, hetkel $t = 0$ oli tagavarapaagis juba 1000 kuupmeetrit vett. Leida funktsioon $V(t)$ mis kirjeldab ajahetkel t tagavarapaaki kogunenud vee kogust kuupmeetrites. Pärast niisugust juurdeminekut esitatakse algfunktsioon tähendus üldkujul. Siit jõutakse kohe määramata integraali mõiste juurde. Tuletise leidmise pöördtehtena esitatakse valem</p> $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ <p>ning vaadeldakse määratud integraali omadusi</p> $\int cf(x)dx = c \int f(x)dx$ <p>ja</p> $\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$ <p>. Edasises lahendatavate pindalaülesannete baasi laiendamiseks võidakse vaadelda ka määramata integraali leidmist funktsioonidest $y = \frac{1}{x}$, $y = e^x$, $y = \sin x$ ja $y = \cos x$.</p>
--	---	--

	<p>selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali arvutades; arvutab määratud integraali abil tasandilise kujundi pindala.</p>	<p>Määratud integraali mõiste juurde jõudmiseks võidakse alustada mingi lineaarfunktsiooni $y = ax$ graafiku, x-telje ning sirgega $x = a$ määratud, I koordinaatveerandis asetseva kolmnurga pindala seostamisest vastava lineaarfunktsiooni tuletisega ning selle kaudu algfunktsiooni ja määramata integraaliga. Siit ei ole enam raske jõuda määratud integraali kui funktsiooni graafiku aluse pindala ning Newton-Leibnizi valemi juurde. Kujundite pindalade arvutamisel võiks olla üldiselt taotletavaks õpitulemuseks funktsiooni graafiku, x-telje ning sirgete $x = a$ ja $x = b$ vahelise pinnatüki pindala arvutamise oskus. Kui klassi tase seda võimaldab ning õpetajal tahtmist on, siis võiks vaadelda ka pinnatükke rajajoontega $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$ ja $x = b$ kus lõigul $[a, b]$ on $f(x) > g(x)$.</p>
--	---	--

2.9. VIII kursus. Stereomeetria (sünteesiline käsitlus)

Õppesisu	Õpitulemused Kursuse lõpul õpilane:	Soovitusi
Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid. Kahe punkti vaheline kaugus. Kahe sirge vastastikused asendid ruumis. Nurk kahe sirge vahel. Sirge ja tasandi vastastikused asendid ruumis. Sirge ja tasandi vaheline nurk. Sirge ja tasandi ristseisu tunnus. Kahe tasandi vastastikused asendid ruumis. Kahe tasandi vaheline nurk. Prisma ja püramiid. Püstprisma ning korrapärasepüramiidi täispindala ja ruumala. Silinder, koonus ja kera, nende täispindala ning ruumala. Näiteid ruumiliste kujundite lõikamise kohta tasandiga. Praktilise sisuga ülesanded hulktahukate (püstprisma ja püramiidi) ning pöördkehade kohta.	selgitab punkti koordinaate ruumis,	Ruumilise ristkoordinaadistiku vaatlemise põhiliseks eesmärgiks on õpilaste matemaatilise silmaringi laiendamine. Põhitähelepanu on siin pööratud ruumilise teljestiku tasandilisele kujutamisel ning koordinaatidega antud punktide kujutamisele teljestikus.
	kirjeldab sirgete ja tasandite vastastikuseid asendeid ruumis, selgitab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet;	Käsitledes sirgete ja tasandite vastastikuseid asendid ruumis, hoitakse silme ees eelkõige vastavate definitsioonide ja omaduste rakendamist kehadega seotud ülesannete lahendamisel. Nii on kahe tasandi vahelise nurga käsitlemise eesmärgiks anda õppijale vahend näiteks nelinurkse püramiidi külj- ja põhitahu vahelise nurga leidmiseks. Sirge ja tasandi vahelise nurga olemuse mõistmine on aga näiteks vajalik püramiidi külgserva ja põhja vahelise nurga leidmist nõudvate ülesannete juures. Ruuminurkade vaatlemisel piirduakse kahetahulise nurgaga.
	selgitab ainekavas nimetatud tahk- ja pöördkehade omadusi ning nende pindala ja ruumala arvutamist; kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;	Eesmärgiks peaks siin olema kehade ja nende elementide äratundmise ja nimetamise kindla oskuse saavutamine. Tähtis on ka kehade tasandilise kujutamise, skitseerimise oskuse saavutamisele suunatud töö. Seejuures tuleb arvestada, et korralike skitside tegemine võib olla paljude õpilaste jaoks nende kaasasündinud käelise võimekuse poolt objektiivselt piiratud.

	<p>arvutab ainekavas nõutud kehade pindala ja ruumala; rakendab trigonomeetria- ja planimeetriateadmisi lihtsamaid stereomeetriaülesandeid lahendades; kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid.</p>	<p>Käsitletavate kehade pind- ja ruumalad esitatakse kordavalt. Mõnede kehade pindalade ja ruumalade valemeid võidakse ka tuletada. Kui klassi tase seda võimaldab ja õpetajal tahtmist on, võidakse demonstreerida pöördkeha ruumala leidmist integraali abil ($V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$). Selle alusel võiks näiteks tuletada koonuse ruumala valemi. Tahkkehade pindalade arvutamise peamiseks teeks on vastavate tahkude üksikpindalade summeerimine, mitte valmisvalemite kasutamine. Kujundite lõigetest tasandiga vaadeldakse vaid lihtsamaid: tahkkeha tippe ja/või servi läbivaid, pöördkeha telg- või ristlõikeid.</p>
--	--	--